

Le calcul c'est dépassé

Christophe Daudin^(*)

Introduction

Cet article a pour but de présenter les raisons qui m'ont amené à interdire, la majeure partie du temps, la calculatrice en classe, d'énumérer les compétences en calcul que j'attends des élèves et d'expliquer la façon dont j'organise mes cours en fonction de ces objectifs.

Je voudrais insister sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un réquisitoire contre la calculatrice, mais bien d'un plaidoyer pour le calcul.

$17^2 = 149$

Rentrée 2001, en seconde, pour remplir un tableau de valeurs d'une fonction, mes élèves avaient à calculer 17^2 , sans calculatrice (début du chapitre). Un bon tiers des élèves trouve 149.

Perplexité de ma part : il me saute aux yeux que $17 \times 10 = 170 > 149$. Je suis donc étonné que ce résultat ne leur paraisse pas suspect et de plus je ne comprends pas pourquoi ils trouvent systématiquement 149.

Je fais ma petite remarque sur 17×10 à quelques-uns d'entre eux.

Je finis par comprendre ce résultat, un peu honteux de ma lenteur, **17^2 c'est $10 \times 10 + 7 \times 7$ bien sûr**. Ce qui marche pour l'addition doit marcher pour la multiplication.

Et, là, je me dis qu'on a raté quelque chose. « On », c'est nous les profs de collège et lycée, et peut-être les instits. Une grande majorité d'élèves « ne sait plus » calculer. On pourrait croire que cela ne touche qu'une petite partie d'entre eux, qui ne feront pas d'études scientifiques. Hélas, tout professeur de lycée peut observer ce phénomène également en série S.

S'agit-il d'une difficulté d'application de règles connues mais trop peu utilisées ou d'une véritable méconnaissance des règles de calcul ?

Cela dépend du calcul et des élèves bien évidemment, mais je crains que ce soit le plus souvent la deuxième hypothèse. En première S, cette année, j'ai vu plusieurs fois les meilleurs élèves de la classe buter sur des calculs élémentaires : addition/multiplication de fractions par exemple (addition des dénominateurs ou non multiplication de ceux-ci).

Je crois que ces difficultés proviennent essentiellement de ce que, **dans leur scolarité, les élèves ne font plus suffisamment de calcul, mental ou sur papier**.

(*) TZR de l'académie de Grenoble, Année 2002-2003, lycée P. du Terrail, Pontcharra (38).
mél : christophe.daudin@ac-grenoble.fr

Adresse personnelle : 95 allée des Charmanches 38920 CROLLES. Tél. : 04.76.92.03.76

J'ai donc décidé d'interdire la calculatrice aux élèves, dans toutes les parties des programmes où c'est tenable.

Cette position n'est pas un *a priori*. Elle est le fruit d'observations, de réflexions et de discussions avec les collègues s'étalant sur plusieurs années. En débutant dans ce métier, j'avais plutôt un préjugé favorable envers la calculatrice, voyant avant tout dans celle-ci une alliée précieuse pour la découverte de nouveaux phénomènes et propriétés mathématiques. Je reste convaincu de son utilité, lorsqu'elle est bien employée sur certains points précis des programmes, j'y reviendrai.

Pourquoi continuer à faire du calcul ?

Les premières réactions viennent des élèves : je tente de les convaincre, mais c'est dur. Ils sont trop dépendants de la calculatrice. On voit couramment un élève prendre la sienne pour effectuer 3×7 ou $22 + 53$ ou $257/10$ ou même 19×1 ! S'il s'agissait de calculs longs et répétitifs, on pourrait le comprendre, mais le plus souvent ce n'est pas le cas.

En réunion parents/profs, je n'ai pas eu de réaction négative, mais plutôt une grande perplexité et de l'inquiétude devant les exemples que je citais (voir ci-dessus et plus loin).

Des collègues me répondent parfois : « avec les progrès des calculatrices et de l'informatique, **le calcul c'est dépassé**. Il vaut mieux consacrer du temps à la maîtrise de ces nouveaux outils que de le gaspiller à faire du calcul mental ou à poser des additions, des multiplications ou des divisions. **Plus aucun adulte ne fait cela dans son travail.** »⁽¹⁾

Exact, plus aucun adulte ne fait d'opération à la main. Même la boulangère utilise sa calculatrice (ou une petite table de valeurs) pour savoir combien coûtent 3 baguettes à 0,75 €. Moi-même je fais mes comptes avec un logiciel.

Le calcul, c'est dépassé ? Les maths aussi

Poussons le raisonnement. Si le calcul est dépassé alors les maths le sont aussi, comme le disait en substance le regretté Claude Allègre.

Cette question a déjà fait couler beaucoup d'encre et mériterait un article à elle seule. Sans la développer, je crois que l'on peut tenter un parallèle entre le calcul et les maths.

(1) Cf., par exemple, Miguel de Guzman, bulletin vert de l'APMEP n° 442, p. 572 : « Il faudra mettre l'accent, pour la même raison, sur la compréhension du processus mathématique plutôt que sur l'exécution de certaines routines qui, dans notre situation actuelle, occupe une grande partie de l'énergie de nos élèves, avec pour conséquence le sentiment d'y perdre son temps. » qui vient à mon sens en contradiction de ce qu'il écrit plus haut, p. 570 : « Il est nécessaire de ne pas négliger l'intuition en général, la manipulation opératoire de l'espace et des symboles. [...]. Si les mathématiques sont une science qui possède beaucoup plus que ce que l'on pensait jusqu'à présent une nature empirique, principalement au niveau de la recherche, il faut prendre en compte beaucoup plus intensément, lors de son étude, l'expérience et la manipulation des objets que l'on y rencontre ».

En dehors des chercheurs, pratiquement plus personne n'utilise régulièrement d'outil mathématique complexe (sauf à l'intérieur des logiciels, de façon transparente), **mais tout le monde en a eu besoin dans ses études secondaires ou supérieures**, et risque d'en avoir besoin, soit en formation continue, soit en formation promotionnelle.

Les connaissances scientifiques forment un édifice immense, toujours en accroissement. De par leur universalité, les mathématiques interviennent un peu partout dans les fondations de cet édifice⁽²⁾.

Que cela nous réjouisse ou non, par essence, les mathématiques envahissent toutes les activités humaines. **Les maîtriser est indispensable. C'est cela qui est inéluctable, et non leur dévaluation.**

Une nécessaire familiarité avec les propriétés élémentaires des nombres

Ma conviction est que le calcul joue un rôle analogue dans les connaissances mathématiques, du rôle que jouent les mathématiques elles-mêmes dans les connaissances scientifiques.

En éliminant la pratique du calcul (involontairement, mais de fait), on essaie de bâtir le premier étage sans avoir construit le rez-de-chaussée.

Le calcul élémentaire est jugé fastidieux (encore plus depuis l'apparition des calculatrices). Sa maîtrise est devenue pratiquement inutile pour elle-même. Toutefois je vois trois raisons d'obliger les élèves à pratiquer le calcul régulièrement.

Première raison. Tout simplement parce qu'il est consternant de voir un élève saisir sa calculatrice pour diviser par 2 ou multiplier par 0,1. Maîtriser un minimum de savoir-faire en calcul me semble encore un objectif raisonnable du cours de maths. Citons le document d'accompagnement des programmes : « Bien que les mathématiques ne se réduisent pas au calcul, celui-ci est une activité qui dans sa diversité est assez spécifique de cette discipline ; qu'il soit numérique, algébrique ou vectoriel, il est omniprésent et sa pratique régulière est indispensable pour progresser et réussir. Calculs simples et règles opératoires mués en automatismes libèrent la pensée, facilitent la compréhension et permettent de se consacrer à d'autres tâches ; par exemple, la non-linéarité de la fonction racine doit être assimilée au point de devenir un réflexe. »⁽³⁾ Sur ce dernier exemple, chaque professeur de lycée peut témoigner que l'objectif est loin d'être atteint.

Enfin, habitué au calcul mental, l'élève peut prévoir l'ordre de grandeur d'un calcul fait à la machine et contrôler la vraisemblance du résultat affiché.

(2) Mon propos n'est pas de justifier l'enseignement des mathématiques par leur seul aspect utilitaire. Cet enseignement contribue fortement au développement de stratégies de résolution de problèmes, à l'apprentissage de la logique, de l'argumentation, de la rédaction, en utilisant un vocabulaire précis. On peut également apprendre les mathématiques par pur plaisir, mais si, mais si.

(3) Accompagnement des programmes. Mathématiques. Classe de première des séries générales. Ministère de l'Éducation nationale. CNDP 2001. p. 54.

Deuxième raison. De nombreuses règles et propriétés de calcul ont été apprises à l'école, au collège, notamment en Cinquième et Quatrième : distributivité, opérations sur les relatifs, sur les fractions, sur les puissances, sur les racines carrées, ...

Arrivés en seconde, quelques élèves connaissent ces règles, mais, même chez de très bons élèves, on observe encore beaucoup d'hésitations dans leur usage : linéarité ou non pour les fonctions carré et racine carrée ? Que faire des dénominateurs dans les opérations sur les fractions ? Peut-on simplifier une fraction comportant des sommes ?

Manque de pratique ou méconnaissance réelle ? Toujours est-il que pour la grande majorité des élèves, ces règles sont en cours d'acquisition.

Seule la pratique régulière du calcul peut aider les élèves à acquérir définitivement ces règles. Avec la calculatrice, ils les « désapprennent », un peu comme l'on oublie peu à peu une langue étrangère que l'on ne pratique plus.

Or la maîtrise de ces règles n'est pas anecdotique dans l'activité mathématique. Elle conditionne en grande partie l'aisance avec laquelle les élèves aborderont les chapitres d'algèbre et d'analyse du lycée ou les parties calculatoires de physique et de sciences économiques. La part des calculs littéraux augmente progressivement avec les niveaux. Peut-on espérer d'un élève qui ne maîtrise pas le calcul numérique élémentaire, qu'il saura mobiliser les règles pour le calcul littéral ?

Cela nous amène à la **troisième et dernière raison**. La maîtrise du calcul élémentaire sert de base pour l'acquisition d'autres notions ou techniques mathématiques.

Voici quelques exemples :

- **Développement d'un produit.** C'est l'exemple qui m'a servi d'introduction. Bien sûr, un élève peut apprendre à développer $(x + 1)^2$ sans avoir jamais effectué une multiplication avec des nombres à deux chiffres. Simplement, la marche sera plus grande à franchir et les risques d'erreur augmentés.
- **Signe d'une expression littérale.** Par quel miracle un élève ayant très peu pratiqué le calcul avec des nombres négatifs serait en mesure de prévoir le signe d'expressions littérales telles que x^2 , $-x$ (aïe !), $-x^2$ (aïe, aïe !), $x^2 + 3x$, etc. ?
- **Comportement asymptotique de $1/x$.** Tout élève peut apprendre par cœur les limites de la fonction inverse. Combien d'élèves les comprennent vraiment ? Cela suppose d'avoir une petite idée de ce qui se passe lorsqu'on divise par 0,1, par 10^{-3} , etc.
- **Propriétés élémentaires des nombres entiers.** Dans un devoir surveillé donné récemment en seconde, dans un calcul intermédiaire, 6×5 , plusieurs élèves ont écrit comme réponse 25 ou 35. Ils ne connaissent pas les tables, même une des plus simples, celle de 5. Ce qui me semble encore plus inquiétant, c'est que « le produit d'un pair par un autre entier donne un impair » ne leur paraisse pas suspect. Comment, dans ces conditions, aborder sereinement le chapitre d'arithmétique ? Quel sens mettront les élèves dans la décomposition en facteurs premiers, dans son unicité ? Ce monde me paraît si lointain de leur expérience !

Arguments discutables de prof de maths ? Peut-être. Dans le doute, je plaide pour le principe de précaution. Il n'est pas prouvé que la pratique de la multiplication de nombres à deux chiffres favorise le calcul littéral. Mais, à ma connaissance, il n'est

pas non plus prouvé qu'elle le défavorise ni qu'il y ait indépendance totale entre maîtrise du calcul numérique et maîtrise du calcul littéral.

Enfin je citerai **Alain Connes** (médaille Fields, professeur au Collège de France) : « Mon opinion sur l'ordinateur est contrastée. Un ordinateur peut être un excellent assistant. [...] » Il évoque les outils bureautiques et de communication. « **En dehors de cela, l'ordinateur est, pour moi, essentiellement nocif. [...]. La puissance calculatoire de la machine nous prive du sentiment, de l'intuition que peuvent apporter de longs calculs faits à la main** ». Il cite alors un nouveau résultat qu'il a découvert avec un collègue au terme de l'étude minutieuse du « fonctionnement » d'un calcul. Il conclut : « **La machine nous aurait donné un résultat brut, inexploitable, nous privant ainsi d'un résultat intéressant. D'ailleurs vous pouvez constater qu'il n'y a pas d'ordinateur dans mon bureau.** »⁽⁴⁾

Bien sûr, les mathématiques d'Alain Connes n'ont rien de commun avec celles pratiquées au lycée. Mais je ne peux m'empêcher de faire le parallèle avec cette nécessaire familiarité avec les nombres que je souhaite favoriser.

Il faut moderniser l'enseignement, les calculatrices et l'ordinateur c'est l'avenir.

Revenons à cette objection : « le calcul à la main c'est archaïque ; la calculatrice et l'informatique, c'est l'avenir ».

Sûrement. Mais sous prétexte que c'est plus moderne et plus rapide, met-on au guidon d'une moto un enfant qui vient d'apprendre à marcher ?

Explicitement mis en avant dans les programmes de l'enseignement secondaire, l'outil informatique présente au moins deux avantages, dans l'ordre : il a la cote auprès des élèves, il ouvre un nouveau champ d'activités d'apprentissage, de problèmes à résoudre qui peuvent renforcer l'acquisition de nouvelles notions. **Je suis tout à fait convaincu de son intérêt.**

Alors pourquoi interdire la calculatrice ?⁽⁵⁾

Et pourtant, je suis très réticent pour amener mes élèves en salle informatique et je leur interdis d'utiliser la calculatrice. Je n'ai même pas l'excuse de mal connaître ce domaine. Simplement je n'ai pas de fascination particulière pour cet outil. Je crois que son usage peut venir **en complément** des activités de calcul, mais **pas les remplacer.**

L'idéal serait que les élèves estiment d'eux-mêmes la pertinence de l'usage de la calculatrice (complexité trop grande d'un calcul, répétitivité, contrôle d'un résultat) et s'imposent volontairement une pratique régulière de calculs à la main. On en est loin, notamment en début d'année. Comme je l'ai expliqué plus haut, laissez la calculatrice aux élèves, ils ne la lâchent plus.

Dans 90 % des cas, la calculatrice est utilisée dans l'écran de calcul, pour des calculs qu'il serait pratiquement plus rapide d'exécuter de tête ou à la main. Finalement, que l'on soit convaincu ou non de la nécessité de maintenir une pratique de calcul, cela

(4) Tangente, n° 76, Août-septembre 2000, p. 8.

(5) Au collège, de nombreux collègues bannissent déjà la calculatrice autant que possible.

ne coûte pas grand chose de l'imposer.

D'autre part, nous utilisons quand même la calculatrice en classe. Sur des activités bien ciblées :

- applications numériques (calculs approchés de distances, aires, angles, ...)
- calculs répétitifs : tableau de valeurs d'une fonction⁽⁶⁾, termes d'une suite, calculs en statistiques (les premiers calculs s'imposent à la main à mon avis) ;
- exploration : zoom en un point sur une courbe pour la notion de tangente, ...

Pour les logiciels informatiques, c'est une autre histoire. Les temps de prise en main ne sont pas négligeables. Pour rentabiliser ces temps, il faudrait pratiquer régulièrement, aux dépens des activités plus classiques, certes, mais à mon avis toujours indispensables⁽⁷⁾. Je dirais qu'il y a un seuil critique d'utilisation.

Encore une fois je ne nie pas l'intérêt de ces outils. **Mais dans notre contexte de réduction des horaires, je suis contraint de privilégier l'apprentissage des notions et techniques élémentaires.**

Conclusion

Concrètement, en seconde, seules la deuxième couche sur les fonctions et la partie statistique nécessite la calculatrice, et encore pas tout le temps.

En série ES et S, on peut s'en passer presque partout sauf en statistiques (en partie), pour certaines études de fonctions ou de suites, et dans les applications numériques (pourcentages, trigonométrie notamment).

En particulier, pour l'étude des fonctions, il y a toujours possibilité que l'enseignant fournisse une courbe, un tableau de valeurs, complètement ou partiellement rempli. Pour le reste, je m'arrange pour que les calculs ne soient pas trop compliqués ni trop longs.

Le but n'est pas de transformer les élèves en virtuoses du calcul, mais de renouer avec une pratique régulière qui, seule, peut les rendre familiers avec les propriétés élémentaires des nombres.

En Première L (partie obligatoire), j'autorise la calculatrice. D'une part, la plupart des exercices contiennent des applications numériques. D'autre part, dans ce cursus, la maîtrise des règles et propriétés algébriques n'est plus un enjeu. Enfin, compte tenu du programme, l'horaire de cette classe (1 h classe entière + 1 h en demi-groupe) permet largement de former les élèves à l'utilisation basique d'un tableur.

(6) Exemple : demander aux élèves de « programmer » la fonction $x \mapsto x^2 + x + 25$, puis d'afficher sa courbe sur $[-10 ; 10]$. « M'sieur, y a rien qui s'affiche ! »

(7) Autre inconvénient des logiciels d'enseignement : contrairement à une idée reçue, ils ne favorisent pas spécialement l'apprentissage de l'informatique. Par exemple, l'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de géométrie ou de calcul formel n'apprend rien de fondamental sur l'architecture d'un ordinateur, la représentation interne des données, l'organisation du système de fichiers, etc. L'aspect le plus universel serait encore la programmation. Activité que l'on peut facilement pratiquer sur une calculatrice, à condition d'en avoir le temps.

Quelles activités en calcul numérique pour quelles compétences ?

Je ne suis pas chercheur en didactique des mathématiques. Ma position ne s'appuie pas sur une vaste enquête, mais se base sur mon expérience professionnelle, 9 ans comme ingénieur en informatique, puis 6 années d'enseignement en collège et lycée. Elle provient aussi d'échanges avec des collègues qui sont arrivés au même constat. Je ne sais pas précisément quelle doit être la part d'activité de calcul sans calculatrices dans l'enseignement des mathématiques, voire dans d'autres disciplines.

Il me semble que l'on peut simplement s'appuyer sur le programme des classes précédant le lycée :

- connaissance des tables de multiplication !
- addition, multiplication, division d'entiers relatifs à deux chiffres, voire de décimaux simples ;
- calculs de puissances positives d'entiers relatifs à deux chiffres ;
- calculs avec des puissances positives de 10 sous la forme 10, 100, 1000, ... ou sous la forme 10^1 , 10^2 , 10^3 , ... ou négatives, sous la forme 0,1, 0,01, 0,001, ... ou sous la forme 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , ... ;
- opérations sur les fractions, simplification ;
- opérations sur les racines carrées, simplification ;
- ...

Ces activités ne sont pas à rechercher pour elles-mêmes, mais à pratiquer chaque fois que l'occasion s'en présente.

Je ne prétends pas qu'une pratique régulière du calcul sans calculatrices gomme toutes les difficultés d'apprentissage de l'algèbre et de l'analyse. Un retour de 30 ans en arrière prouverait le contraire.

Mais je suis persuadé que cette pratique est primordiale. En l'augmentant, on réduit sensiblement les difficultés ultérieures. De même qu'en rétablissant des horaires de mathématiques décents à l'école primaire, au collège et au lycée, on rendrait service aux élèves pour leurs études futures, quelles que soient les carrières auxquelles ils se destineront finalement.