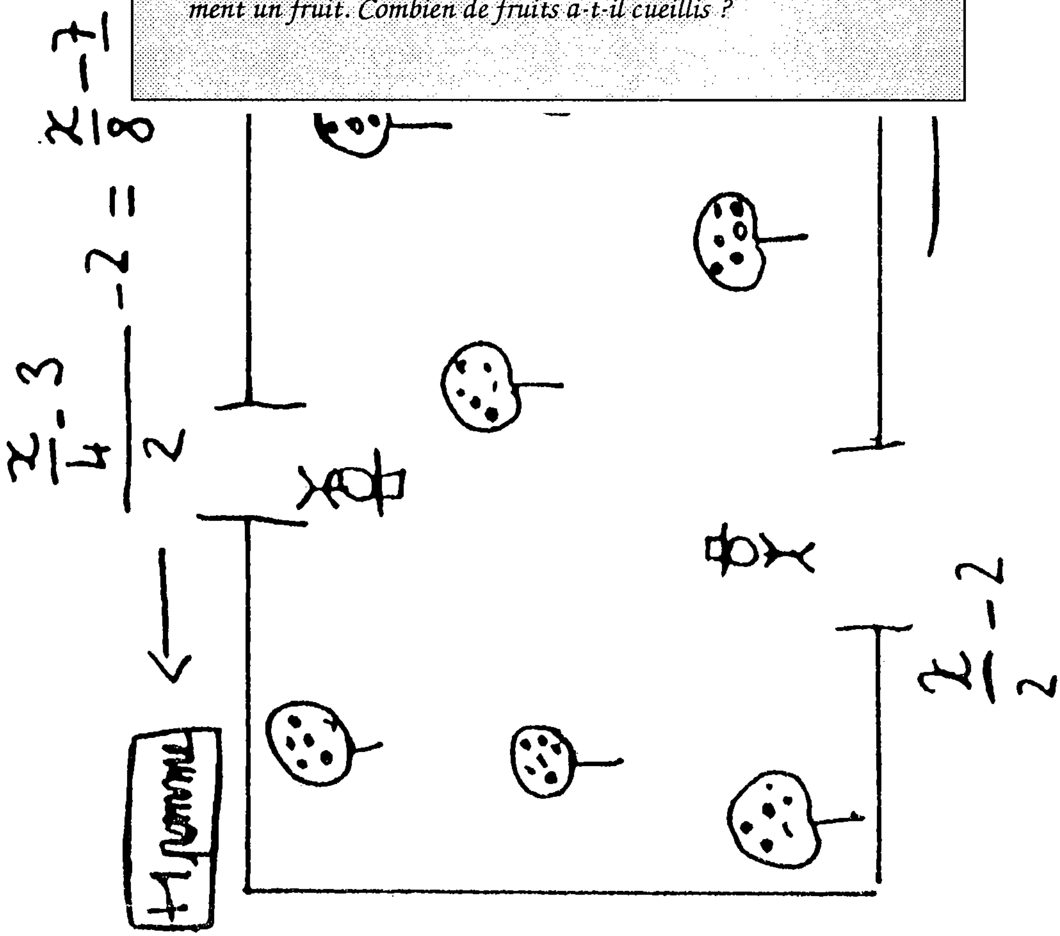
$2 = \frac{x}{4} - 3$

Et si on dit : un homme est entré dans un verger et il y a cueilli des fruits. Mais le verger avait trois portes, gardées chacune par un gardien. Cet homme donc partagea les fruits avec le premier et lui en donna deux de plus, puis il partagea avec le deuxième et lui en donna deux de plus, enfin il partagea avec le troisième, lui en donna deux de plus, et il sortit en ayant seulement un fruit. Combien de fruits a-t-il cueillis ?



REPERES - IREM . n°13 - octobre 1993

COMME UN FRUIT BIEN DEFENDU

Les élèves face à un problème du XIIème siècle

Jean-Marie FAREY,
Irem de Reims
Frédéric METIN
Irem de Dijon

Avertissement : cet article est le fruit de réflexions sur un travail effectué quatre années auparavant et relaté dans la brochure de l'Irem de Reims "Un fruit bien défendu". Il n'était pas question de paraphraser cette dernière, mais au contraire de prendre du recul ; nous invitons néanmoins les lecteurs à s'y reporter pour une meilleure compréhension des idées avancées ici. Toute remarque est bienvenue.

Une des choses aussi insaisissables qu'encombrantes dans l'enseignement des Mathématiques est l'image qu'il en véhicule : à l'exemple de Couppeau, anti-héros de "l'Assommoir" dont la tare héréditaire finit par reprendre possession, nous autres "profs de maths" redevenons périodiquement ces monstres tyranniques, obsédés par la rigueur et cherchant à tout prix à faire coïncider avec l'esprit standard (classique) celui de notre Gervaise : l'élève (ou l'étudiant).

Mais cela ne va pas sans heurts : nous débattre face à ces jeunes gens et jeunes filles dont les valeurs ont de moins en moins de rapport avec celles de "l'élite" ancienne, vouloir quand même continuer à discourir dans l'abstrait comme s'ils s'y amusaient ? Cela semble parfois vain, inadapté : les mathématiques enseignées doivent changer de costume, changeront-elles pour autant d'image ? Les difficultés naturelles de communication entre les générations pourraient-elles disparaître dans nos classes ? C'est d'autant moins réalisable que l'hégémonie des Mathématiques a été extrêmement médiatisée et conspuée, mais que de plus en plus de jeunes passent par cette voie scientifique, même si leurs goûts n'y correspondent pas du tout : comment peuvent-ils se complaire dans un univers apparemment si peu en rapport avec leur réalité, considérer l'activité mathématique même comme un jeu exaltant ?

C'est clair, l'image que nous donnons de notre spécialité à travers notre enseignement est trop souvent celle d'un monde glacé, impitoyable et si peu humain, en tout cas un monde sur lequel rien n'a prise : pas une once de liberté là-dedans pour les adolescents !

Lassés de cet état de fait qui sclérose même la pensée, certains se tournent vers l'Histoire des Mathématiques; stupeur et émerveillement (!) : ces dernières semblent tout au contraire avoir été construites petit-à-petit, au fil de longs cheminements ou de subits éclairs, après maints errements, des erreurs parfois persistantes ; on les découvre construites par des êtres réels, souvent en réponse à des problématiques abordables, du moins en ce qui concerne celles que l'on enseigne dans le secondaire.

Etonnant, non ? Nous n'avons plus à faire à un produit fini mais en perpétuelle évolution ; il ne s'agit plus d'avoir à accepter une discipline d'essence divine, mais de comprendre des outils, méthodes, concepts arrivés à leur état de performance maximale ; n'est-ce pas alors plus facile à admettre ? *Pourquoi ne pas le faire partager à nos élèves ?*

L'activité d'une classe dans ce contexte plus libéré, dans lequel il ne s'agit pas de remettre systématiquement en cause les fondements des connaissances, mais de laisser quand même une place à la créativité et à la critique, pourra parfois surprendre : s'approprier les notions, ça ne consiste pas forcément à les réinventer, nous n'en aurions pas le temps, mais peut-être à les prendre comme un héritage, une chance pour le futur ; il est vrai que cela ne conviendrait pas forcément à chacun, mais les enseignants au moins devraient en passer par là.

Quand neuf professeurs de l'Académie de Reims se sont retrouvés lors d'un stage MAFPEN (d'Histoire des Mathématiques en 87/88), il devait bien s'en trouver quelques-uns pour ressentir plus ou moins confusément qu'il manquait un volet à leur pratique. Dans les années précédentes, ils avaient découvert l'Histoire, y avaient pris goût et furent donc amenés à participer cette année-là à une expérience qui les enthousiasmait : étudier la mise en place de séquences d'étude de textes anciens en classe, observer l'attitude et le travail des élèves, confronter les résultats obtenus.

Cette expérience comptait beaucoup pour eux à plusieurs titres :

— Toujours auteurs du cours qu'ils enseignaient, les professeurs s'identifiaient de fait à la matière, ardue pour les élèves. Procédés, mise en œuvre originale, tout se résumait pourtant, pour les élèves, à comprendre le contenu présenté, à l'assimiler et à l'appliquer. Une seule et unique personne délivre le message, pratique l'initiation et accepte ou rejette le prétendant. Difficulté, erreur, sanction. Comment procède-t-on dans les contes ?[1] Le Mal est la sorcière, le Bien la fée ; dans une histoire du pays merveilleux, le combat se passe sous les yeux de l'enfant. Le différend se réglera hors de lui, même si la peur du noir, le châ-

(1) Dans le conte, l'auditeur est libre, l'histoire résonne en lui mais il garde son indépendance d'esprit, alors qu'en cours de Maths, il doit faire face à une vérité absolue qui le nie donc lui, en tant qu'individu.

timent des coupables et la reconnaissance de l'innocent le concernent directement. Avec l'étude du texte d'un tiers, le drame qui remue l'élève aura une mise en scène extérieure, un texte daté et des acteurs autrement identifiés.

— Toujours présentateurs de concepts "polis" et sans faille, dont la pratique du contre-exemple aura illustré l'excellence, les professeurs du parcours sans faute ont le juste retour d'une telle perfection. Que faire de plus ? Tout est prévu (apparemment) depuis toujours ! Et même le piège *a priori* nouveau ne viendra pas à bout d'une telle pertinence, sauf s'il est tendu par un barbare. Et pourtant ces textes historiques d'arithmétique, de pré-algèbre et sans fonctions sont de vraies Mathématiques alors que les concepts forts de notre enseignement y sont absents (formellement...). Comment ces mathématiciens ont-ils fait tout cela sans déroger ? Comment finalement s'en tiraient ils ? Voilà le champ expérimental de nos idées.

— Toujours soudeurs solitaires dans le treillis des programmes, le projet d'expérimentation commune permettait aux professeurs d'envisager l'échange comme étape normale de la réflexion et de la mise au point. Au bout du compte, il était envisageable de confronter les résultats grâce à l'organisation du travail du groupe et aux textes communs soumis à l'étude des élèves.

— Enfin, complément scientifique indispensable à une pratique qui ne l'était pas toujours, l'échange menait à l'élaboration d'une stratégie d'essais et mesures qui pouvait se dérouler sur huit classes et quatre différents niveaux en Lycée, L.P. et Collège.

Finalement, la naissance d'un travail d'équipe sur l'observation du comportement des élèves face à un texte historique remplissait, à cause de tout ce qui précède, des vides que la pratique de l'enseignement avait creusés et qu'il était temps, pour les neuf, de combler.

La présentation et l'exploitation du texte furent laissées au libre choix de chacun ; elles peuvent étre divisées en deux types : 1) le concept de fonction affine est sous-jacent et utilisé en tant que tel pour justifier la solution (en classe de B.E.P. principalement) ou 2) les questions sont ouvertes, le procédé n'est pas approfondi (classes de Collège) ou fait l'objet d'une justification algébrique (en classe de Seconde)

Comment les élèves ont-ils réagi et pourquoi ?

La lecture de ce texte(2) en classe a, pour beaucoup d'entre nous, ressemblé à une première expérience du genre : choc brutal pour nos élèves (un texte à lire, relire et comprendre)(3), le professeur ne ressemblant plus à l'unique animateur, mais volontairement en retrait ; nouvelle attitude de ce dernier (car ce n'est pas un habituel énoncé laconique de problème ouvert). Nous ne suscitons pas une méthode de résolution ni une application simple ; il en découle des comportements inhabituels de la part de certains de nos élèves, d'où notre enthousiasme : ça marche ! et différemment de toute autre activité classique.

(2) voyez le texte du problème dans l'annexe n°1

(3) la brochure "Un fruit bien défendu,..." relate en détail leurs réactions, extraits de copies à l'appui.

Un problème ouvert à mathématiser ne donne pas la même chose :

Ici, le problème est déjà mathématisé, mais brut, sans polissage ; le travail ne sera pas une recherche d'adéquation entre un énoncé et des méthodes (quasi algorithmiques) apprises, mais, au contraire, il faudra faire table rase de bon nombre d'idées reçues sur la forme des Mathématiques et leur côté rituel et monolithique pour s'ouvrir à une autre approche, comprendre le sens des mots, des notions employées (n'est-ce pas d'ailleurs une démarche qu'ils devraient utiliser même pour nos problèmes ouverts ?).

Les réactions furent révélatrices de ce choc : silence glacial, inquiétude ou rejet immédiat (sur le mode de la plaisanterie, bien sûr !), puis un je-ne-sais-quoi d'attirant qui les force à travailler, comme s'il s'agissait de résoudre une énigme, de décrypter un texte dont on sait que la signification est simple, très proche, juste cachée et dont la découverte d'une clé jusque là inconnue permettra la révélation. Chercher le mécanisme secret qui déclenchera l'ouverture...

Quelle est cette logique qui séduit ?

Pour certains, les problèmes dans lesquels n'interviennent que des nombres ne sont-ils pas finalement "*a priori* faciles" ? La solution pourra être trouvée après quelques (un certain nombre d') opérations ; qu'ils perdent rapidement le fil du raisonnement ou la mémoire des calculs antérieurs n'est pas dérangeant : au moyen de schémas et de résultats notés, ce fil pourra être retrouvé, la trace écrite suppléant à la mémoire dépassée.

Il y a donc quelque chose à trouver et j'ai confiance en ces traces dont chaque étape peut être étiquetée et rendue compréhensible en rapport avec ce nombre de fruits qui diminue...

Car la logique, même de conduite difficile, est forcément à l'œuvre dans une méthode où je sens bien (résultat oblige) qu'il y a une réponse à donner et une seule.

N'est-ce pas là confirmation que certains regrettent longtemps que les chiffres de l'école primaire ne travaillent plus effectivement sous leurs yeux ?

Que peut-il y avoir d'attirant dans ce genre de travail ?

Les écrits des élèves montrent des aspects très divers de l'intérêt que pouvait présenter ce texte : certains se disent amusés par la "logique", certains par son côté vieillot et presque maladroit (du moins le pensent-ils au premier abord), voire franchement bizarre ("il est fou, ce type") ou inquiétant ; en tout cas, il ne laisse pas indifférents ceux-là mêmes qui sont habitués à un style bien précis (hélas !) d'énoncé (sans solution).

La premiére évidence : il est écrit en français, les opérateurs apparaissent sous forme d'instructions et non de signes. MEFIANCE ! Ce genre d'énoncé cache souvent le piège de la divine "mise sous forme mathématique" ou "mathématisation" du problème, passage délicat s'il en est, peut-être responsable du découragementment de générations de jeunes élèves pour lesquels cette élévation du degré d'abstraction n'a pas de sens (est-ce la difficulté de se plonger dans le monde oppressant de “la Mathématique”, comme le disent, entre autres, ceux qui n'ont jamais vraiment pratiqué les Mathématiques d'assez près et croient encore qu'il s'agit de la maîtresse sublime mais volage de quelque savant fou ?). SURPRISE ! Rien de tout cela ici ! La solution, en français elle aussi, est donnée avec ; la question n'est pas prétexte à de savants calculs directement issus d'un cours déjà modelé, le problème est ailleurs : comprendre ce qui est dit et avant tout, lire...

Dès le départ, l'élève est quelque peu rassuré sur la suite des événements : il n'y aura pas, de prime abord, à assumer la traduction du texte en signes et chiffres, en x et en y : la surprise continue à faire son effet magique. L'algorithme se laisse comprendre (on a tout le temps nécessaire et chacun peut travailler à son rythme), les premières vérifications sont aisées ; ensuite, on ne cherchera pas à appliquer quelque méthode déjà connue, mais à en décortiquer une “nouvelle” et tous les coups sont permis.

Que se passe-t-il alors ? On a, en fait, besoin de l'Algèbre pour saisir le mécanisme de la double fausse position, pour expliquer le pourquoi de son efficacité ; et petit à petit, on voit les élèves faire appel à des quantités comme x, 2x, y, etc., pour comprendre l'algorithme et la raison de son succès.

D'autres nombres auraient-ils convenu ? Pourquoi ceux-ci ? Il suffit d'essayer pour constater que le résultat est toujours (!) le même et, à la limite, généraliser à d'autres paramètres.

Gagné ! Le passage s'est fait en douceur : le modèle mathématique vient naturellement en réponse à la question du sens et ne sonne donc pas creux ; le recours est motivé mais n'est plus le fruit d'un parti-pris inexplicable : l'Algèbre apparaît donc comme un affranchissement d'anciennes méthodes plus compliquées, une simplification du problème.

Un élève a trouvé intéressante la comparaison ancien/actuel

Le dilemme est là : ces Mathématiques sont antérieures aux nôtres, nous devrions donc en découvrir assez aisément le sens à la lumière de nos connaissances ; et pourtant, cela paraît obscur à nos élèves ; il leur faut donc relire en cherchant cette fois à décoder, sans référence directe à nos “Mathématiques modernes”, l'explication finale de la méthode n'étant pas forcément de leur ressort s'ils ne sont pas guidés. Mais d'ailleurs, pourquoi cette exigence suprême ? On peut aussi comprendre certaines idées après ; qui peut dire qu'en Mathématiques, il ait atteint le fond des choses, mêmes des choses simples ?

A l'idée simple que l'ancien n'est rien et le moderne tout, l'élève pourra opposer le fait qu'autrefois les Mathématiques étaient simples et lentes (on suit des yeux les transformations par opérations sur les nombres initiaux) alors que, grâce à une préparation “sophistiquée”, on a à peine le temps de voir disparaître les données dans la machine, que les schémas et calculs apparaissent déjà sur l'écran.

Au “moderne” rapide, efficace, performant, incompréhensible et réservé aux "pros", il oppose maintenant l'ancien (pas si simple que cela, ni ridicule dans son processus) mais qui reste *a priori* plus à sa portée parce que respectant un rythme depuis longtemps disparu dans les Mathématiques qu'il pratique maintenant.

Un élève a trouvé la méthode "nouvelle"

Ce témoignage est à rapprocher des deux autres : "le texte est plus compréhensible en français... mais la description de la méthode est difficile à suivre" ; "il est parfois plus facile de s'exprimer mathématiquement que de s'exprimer en français."

Après enquête, il s'avère que l'obligation de rentrer dans ce texte difficile a été pour certains l'aiguillon salutaire à la poursuite du travail (un défi personnel ou quelque chose d'approchant). Le pas franchi, après que les mots ont donné tout ce qu'ils pouvaient, ces élèves se trouvaient ensuite poussés à rechercher enfin l'idée qui permettait d'abord de parler autrement du problème et — éventuellement — de le résoudre. Car les mots ne parlaient pas d'eux-mêmes,... ne parlaient pas de mots, quoi ! C'était cela, la "méthode nouvelle" ? Un texte qui file — fil d'Ariane... — de l'entrée à la sortie. C'était cela, le "difficile à suivre" ? Des mots qui obligent l'idée. C'était cela, le "plus facile mathématiquement" ? L'idée mène à elles.

Un élève aime à retrouver les conditions dans lesquelles le problème a été posé et résolu autrefois.

En confidence, certains aimeraient savoir ce qui pèse si lourd dans le grand sac des Mathématiques, l'emballage axiomatique de la Géométrie, le carton rigide de l'Algèbre, la grande poche de l'Analyse. Il est vrai que les structurations nécessaires ont été faites pour des raisons que beaucoup ne connaîtront jamais ; néanmoins, certains développements mathématiques trouvent vraisemblablement leur origine — ou leur prétexte — dans des problématiques qui leur seraient accessibles : calendriers, maquettes, miroirs, machines,... tous ces thèmes liés à l'invention, qu'en connaissent nos élèves ?

Et le dessin proposé par un élève ? (voir l'annexe 2)

Il est visiblement inadapté à la situation concrète : l'homme est à l'extérieur, les gardiens ne l'empêchent pas de sortir mais se contentent de le regarder. Il y a quand même des pommiers dans le jardin (même si rien n'indiquait qu'il s'agissait de ces fruits), les gardiens ne sont pas postés à des portes d'enceintes successives, ce qui aurait pu paraître cohérent dans la rançon proportionnelle et le paiement de la taxe, mais l'homme semble identifié à la quantité de fruits : il est en mouvement, passe devant chaque porte et l'on dirait que le regard du gardien symbolise l'opérateur (ce n'est pas uniquement pour faire joli, puisqu'il ne fait pas face au lecteur en lui souriant, mais à l'homme/quantité de fruits). Finalement, on voit opérer ce regard qui pourrait signifier : "divise par 2, enlève 2".

Cette mise en scène présente pour l'élève de nombreux avantages : elle permet le support de l'Imaginaire (l'opération est représentée, un parallèle est fait avec le conte), donne une dynamique au problème (l'opération est un mouvement et plus seulement une "remontée dans les calculs") tout en ménageant un fond géométrique (rectangle, diagonales-pommes, milieux des côtés et sens trigonométrique)

Et l'Algèbre tourne autour !

Quel enthousiasme avons-nous à faire partager pour l'introduction de l'Histoire des Mathématiques dans notre enseignement ?

Nous sortions à peine d'une période d'enthousiasme : nous remarquions avant tout des effets positifs chez les élèves ; plus concernés, actifs, satisfaits et regrettant qu'il n'y ait pas plus de travaux de ce type. La tâche sur chacun des textes était pourtant ardue, mais... l'élève, plus que d'habitude, avait senti qu'il pouvait être meilleur : les remarques et parfois longs commentaires ne manquaient pas de sens et dans leurs réflexions nous trouvions une certaine profondeur.

Sortir de l'enthousiasme s'imposait : un texte comme celui de Ben Ezra est très particulier ; l'auteur est de notre tradition, son argument est mercantile, le style (à quoi cela tient-il ?) a le don d'impliquer le lecteur. Peut-on en dire autant de tous les textes que nous connaissons ?

L'expérience était menée par des professeurs particuliers (moyenne d'âge 35 ans) et cela nous donne à réfléchir. Il se peut qu'après 15 ans de métier, la nécessité s'impose non pas de trouver une solution à un relatif manque de succès des Mathématiques auprès des élèves, mais de rechercher des formes particulières d'enseignement où le message est transmis. Finalement très pratiques, les professeurs impliqués ne seraient-ils pas dans la tradition des bricoleurs qui ont porté les Sciences jusqu'à l'aube de ce siècle, préparant ainsi par leurs observations et savoir-faire l'explosion de la connaissance qui, seule, permet la nouveauté, la précision et le contrôle des effets dirigés ? La différence porterait sur le domaine qui motive leur recherche actuelle : comment enseigner, former, parler à des jeunes qui ne sont plus, majoritairement, des "membres de conseil d'administration en culottes courtes" ?

La lancinante question qui tourne autour de notre rôle continue de nous tourmenter : que sortant de notre film parlant (agitation et bruit), nous nous soyons trouvés au mieux dans notre rôle nouveau, est-ce si surprenant ? Laisser réfléchir, regarder les réalisations, observer les jeunes, voilà un versant toujours séduisant de notre métier. Mais si nous avons tant de difficultés à nous y tenir, à ne pas intervenir, c'est que nous savons bien qu'une attitude plus classique répond aux impératifs de garder le contrôle de la classe, d'assurer les thèmes de l'examen et de conserver une maîtrise suffisante pour éviter nos propres erreurs ! L'image de ce "nouveau" professeur inspirerait-elle d'ailleurs une sympathie renforcée à l'élève, qui maintenant a, face à lui, un personnage encore plus fort ? Il connaît aussi les Mathématiques anciennes ? Quel surhomme !

Notre attitude de professionnels du cours n'est pas indépendante de ce qui a présidé à la création — somme toute récente par rapport à l'âge des Mathématiques — de notre métier : quelle fin ont poursuivi les rédacteurs d'ouvrages mathématiques depuis que les Etats se préoccupent de leur système éducatif ? L'objectif de formation générale a-t-il influé sur les contenus et les méthodes ? Cet objectif n'a-t-il pas évolué depuis, quand nous prétendons maintenant contribuer, par nos Mathématiques, à l'apprentissage de l'anticipation, au développement de l'adaptabilité et de la capacité à répondre à des situations actuelles, variées et multiformes ?

Est-ce simplement une contribution à ces objectifs "modernes" ? Il nous plaît aussi de chercher la part que les Mathématiques enseignées font à la réflexion personnelle, à la solitude, à l'échange des idées, à leur naissance, au travail sur l'idée libérée de la mode — toutes prétentions qui nous agitent plus, beaucoup plus. Nous nous inscrirons en fait à la fois dans la mouvance des Dissipateurs d'Illusion Langagière et celle des Activistes(4) !

Pour cela, et comme le biais des textes historiques nous ravit, il faut écrire "L'Histoire des Mathématiques à l'usage de ceux qui n'en font pas, de ceux qui en font pour en inventer et de tous ceux qui rament", mais serait-ce la même Histoire ?

Car depuis le danger mortel qu'elle courut dans les dix dernières années, l'Histoire semble animée aussi par d'autres acteurs, d'autres auteurs et d'autres scénaristes.

C'est sur des comportements anciens, que l'on peut observer et donc déduire, que nous nous rabattons en cas de problème extérieur, même si ces comportements n'ont pas de rationalité claire au préalable.

C'est une image trop souvent étriquée de l'activité mathématique que nous donnons à nos élèves, qui sont pourtant satisfaits de ne pas avoir à rechercher tous les jours les problématiques sous-jacentes (on les comprend dans une certaine mesure : cela doit être fatigant !), à l'instar de nous autres professeurs qui préférons asseoir ainsi l'autorité que nous confère la matière la plus dangereuse enseignée à l'école. Cette image commode est dissipée par l'éclairage du Passé, ne serait-ce que par la révélation que les Mathématiques peuvent avoir une (des) Histoire(s).

C'est une vision plus large (mais elle nous mettra peut-être en danger) qui évitera à notre citadelle de s'écrouler. Des murs indestructibles sont tombés et certains respects disparaissent ; celui du savoir est-il logé à meilleure enseigne ?

Alors qu'un auteur comme celui dont le problème a suscité ce travail pratique la proximité avec son lecteur et disciple, nous pourrions avoir honte de nos messages perpétuellement codés. Que soit donc ici encore rendu hommage à Abraham Ben Ezra (ou à l'auteur du texte étudié, si ce n'est pas lui), dont l'écrit *a priori* insignifiant nous émerveille encore maintenant.

(4) voir l'article de Rudolph Bkouche dans Repères n°9

Bibliographie sommaire :

"Equations du premier degré, méthodes de fausse position", Irem de Toulouse, brochure dont a été tiré le texte d'Abraham Ben Ezra,

"Un fruit bien défendu ; les élèves face à un problème du XIIème siècle", Irem de Reims,

"Abraham Ben Ezra", notice de Georges Sarton dans le Dictionary of Scientific Biography,

De nombreux manuels anciens d'arithmétique traitent de cette méthode, jusqu'au début du XXème siècle où elle semble être tombée en désuétude.

ANNEXE 1

LE TEXTE DU PROBLEME

Texte du problème donné à huit classes (4ème, 3ème, 2de BEP et 2de Lycée)

Il est extrait de "liber augmentis et diminutionis vocatus numeratio divinationis...", attribué à Abraham Ben Ezra, né à Tolède vers 1090 et mort à Rome (?) en 1167. Cet extrait était rapporté dans la brochure de l'Irem de Toulouse : "Equations du premier degré, méthodes de fausse position".

> Et si on dit : un homme est entré dans un verger et il y a cueilli des fruits. Mais le verger avait trois portes, gardées chacune par un gardien. Cet homme donc partagea les fruits avec le premier et lui en donna deux de plus, puis il partagea avec le deuxième et lui en donna deux de plus, enfin il partagea avec le troisième, lui en donna deux de plus, et il sortit en ayant seulement un fruit. Combien de fruits a-t-il cueillis ?

Le chapitre de la numération te propose de placer 100 dans le plateau. Partage avec le premier (gardien) en lui donnant 2 (fruits) supplémentaires. Il t'en reste 48 ; partage avec le second et donne lui-en 2 de plus, il t'en reste 22 ; enfin partage avec le troisième et donne lui-en 2, il t'en reste 9.

Mais compare avec le reste 1. Tu t'es trompé de 8, en excédent. On appelle cela la première erreur.

Ensuite prends dans le second plateau le nombre 200, partage avec le premier (gardien) en lui donnant 2 (fruits) de plus. Il t'en reste 98 ; partage avec le second et donne lui-en 2 de plus, il t'en reste 47 ; enfin partage avec le troisième et donne lui-en 2, et il t'en reste 21 1/2 en plus.

Mais compare avec le reste 1. Tu t'es trompé de + 20 1/2. ceci est la deuxième erreur.

Multiplie la par 100 qui est dans le premier plateau et on obtient 2050 ; ensuite multiplie ce qui est dans le second plateau par l'erreur du premier, ce qui revient à multiplier 200 par 8, et cela fera 1600. Tu retranches alors le plus petit du plus grand, soit 1600 de 2050 ; il reste 450. Enfin retranche une erreur de l'autre, c'est-à-dire 8 de 20 1/2, il reste 12 1/2. Divise alors 450 par ce nombre, et tu obtiens 36. C'est donc le nombre de fruits qu'il a cueillis.

ANNEXE 2

**Le dessin proposé par un élève
(frontispice de cet article)**