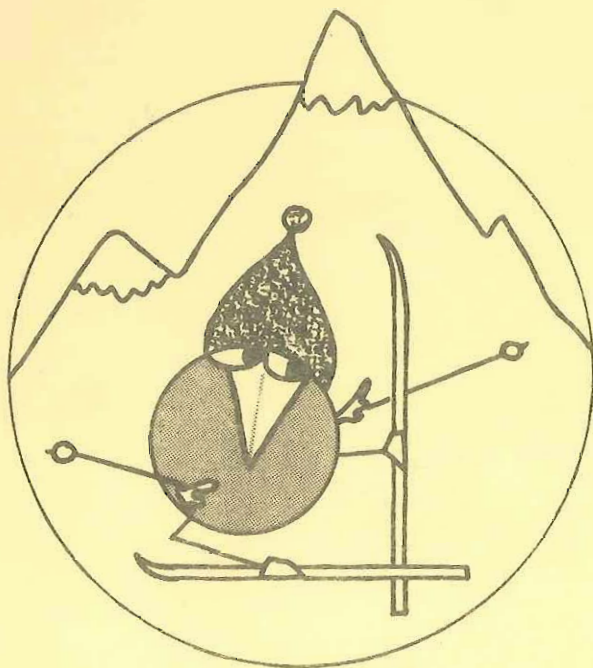


JOURNEES A.P.M.E.P. - Ecoles Normales - I.R.E.M.

ALPE - D'HUEZ

30 et 31 janvier, 1er février 1975



COMPTE-RENDU

JOURNEES APMEP - Ecoles Normales - IREM

30 et 31 janvier, 1er février 1975

Ce fascicule est essentiellement un document de travail à l'usage des participants aux journées APMEP - Ecoles Normales - IREM des 30, 31 janvier et 1er février 1975 à l'Alpe d'Huez.

Il contient :

- la liste des participants,
- une information sur les stages R6 et R12,
- les comptes rendus bruts des différents groupes de travail.

Selon les groupes, ces comptes rendus peuvent être destinés (après refont éventuelle) à un public plus large.

Voici sommairement ce qui avait été décidé pour chacun de ces groupes :

A Topologie pour les classes maternelles, CP, CE.

A l'usage des participants et des IREM.

B Objectifs de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire.

Le rapport proprement dit B1 et B2 est à l'usage des participants et des IREM. L'organigramme et ses commentaires devraient être diffusé à tous les instituteurs. En outre, N. MILHAUD et C. BENZAKEN ont envoyé quelques réflexions (pages B7 et suivantes).

C Que faire avec cinq cents cubes ?

A l'usage des participants et des IREM.

D Des notions spatiales doivent-elles précéder des activités de géométrie plane ?

A diffuser le plus largement à tous les instituteurs si possible.

F Géométrie et travail manuel.

Dossiers en cours d'élaboration.

G Géométrie et activités artistiques.

A paraître encore étoffé dans le bulletin APMEP (avec couleurs !).

Responsable : A. MYX.

H Mesure.

Un groupe spécial devrait se constituer pour continuer la réflexion qui n'avait pas débouché.

I Géométrie sur papier quadrillé.

Un article devrait paraître dans le bulletin APMEP. Responsable : J. METENIER. Un document avait largement été distribué par R. DOUADY.

JOURNEES APMEP - Ecoles Normales - IREM
30 et 31 janvier, 1er février 1975

LISTE DES PARTICIPANTS

AIM Paul	CAFPI, 1 rue des Suisses GARCHES - 92	E.N. GARCHES
ALLOUCH Guy	4, rue d'Iéna 67600 - SELESTAT	E.N. SELESTAT
AMBROSINI Alain	Lotissement "Air Bal" Bât.13 Place du Rocher 13011 - MARSEILLE	IREM MARSEILLE
AUBURTIN Mireille	51, rue de Laxou - Bât.14 54000 - NANCY	E.N. MAXEVILLE
AVANZINI Roger	61 Les Olympiades 38800 - PONT-DE-CLAIX	E.N. GRENOBLE
BARSEYNI René	6, allée Le Notre 37200 - TOUR	E.N. LUYNES
BELLIN Daniel	57, avenue de Montjoux 25042 - BESANCON	E.N. BESANCON
BENZAKEN Claude	IRMA Domaine Universitaire de Saint Martin d'Hères	APM GRENOBLE
BESSOT Annie	IREM	IREM GRENOBLE
BETHERMIN M.Claire	14 Bât. D15 rue Nattier 62000 - ARRAS	E.N. ARRAS
BEUCHEY Roger	Tourelle 9 Avenue des Tourelles de Charlin 33700 - MERIGNAC	E.N. BORDEAUX- CAUDERAN
BLANC Michel	89, avenue Georges V 06052 - NICE CEDEX	E.N. NICE
BOET Jeannine	13, rue Gabriel Pueih 93700 - DRANCY	E.N. LE BOURGET

BOUDET Sylviane	<i>Studio 1</i> 205 rue Jean Moulin 80000 AMIENS	E.N. AMIENS
BOULADE Gabriel	6 Val de Bièvre, Bât B 78530 BUC	E.N. VERSAILLES
BOURSEY Elisabeth	app. 231 Cité S.Allende Bât 7, 3 place V. Jara 93450 VILLETANEUSE	E.N. LE BOURGET
BRUN J.Louis	ENG 20 quai Charcot 08100 CHARLEVILLE-MEZIERE	E.N. CHARLEVILLE- MEZIERE
BEGUIN Monique	9 place du Champ-Benoist 51120 SEZANNE	APM SEZANNE
BRUNNER JONEAUX Annie	4 rue Ste Catherine 13510 EGUILLES	E.N. AIX en PROVENCE
BUANNIC Alain	98, rue Belle Croix 50000 SAINT-LO	E.N. SAINT-LO
BUCHER Jeanne	8 rue Maréchal Juin Belle Croix 57000 METZ	E.N. METZ
BUISSON Geneviève	100 rue F. Couperin 76000 ROUEN	E.N. MONT SAINT AIGNAN
BURNIER Suzanne	TALLÔIRES - 74290	E.N. ANNECY
CAR Mireille	11 rue Madon 13005 MARSEILLE	IREM MARSEILLE
CARRIER Jean	Lycée du Parc. Bd A. France LYON 69	IREM LYON
CARVALLO Michel	63 rue de Lyon 29200 BREST	IREM BREST
CATHALIFAUD Robert	20, allée de Villagory 87000 LIMOGES	E.N. LIMOGES
CHABROULET M.Thérèse	19 rue des Charrières Seyssins - 38170 Seyssinet-Pariset	E.N. GRENOBLE
CHAMPION Claudette	142 rue de Provence 71000 MACON	E.N. MACON

CHARNAY Roland	40, rue du Gl Delestraint 01000 BOURG-EN-BRESSE	E.N. BOJRG EN BRESSE
CHAUSSADE Annie	2 rue Montcenoux 18000 BOURGES	E.N. BOURGES
CHAUVAT Danièle	2 bd F. Chaplet 53000 LAVAL	E.N. LAVAL
COMBE Denise	73200 PALLUD	E.N. ALBERTVILLE
COMITI Claude	IREM GRENOBLE	IREM GRENOBLE
COMMAS Jean-Marie	Ecole Annexe de l'ENG 08000 CHARLEVILLE MEZIERES	E.N. CHARLEVILLE MEZIERES
COROLLEUR Annick	6Bd F. Chaplet 53000 LAVAL	E.N. LAVAL
COURRIERE Michel	25.avenue Desambrois 06000 NICE	E.N. NICE
CUNIN Claude	ECOLE Annexe de l'ENG 08000 CHARLEVILLE MEZIERES	E.N. CHARLEVILLE MEZIERES
DAUBERT Lionelle	7 Bd Pasteur 22000 ST BRIEUC	E.N. SAINT BRIEUC
DELAYRE Micheline	IREM GRENOBLE	IREM GRENOBLE
DELON Simone	122 rue E. Savart 93100 MONTREUIL	E.N. LE BOURGET
DEMARS Suzanne	42 rue P. Belon 72000 LE MANS	E.N. LE MANS
DENEFLÉ Guy	55 avenue Foch 43000 LE PUY	E.N. LE PUY
DOSSAT Luce	36 rue du Progrès 03000 MOULINS	E.N. MOULINS
DOUADY Régine	22 rue Maseré 92330 SCEAUX	IREM PARIS
DREUX Alain	Ecole de Gombergean 41130 ST AMAND LONG PRE	E.N. BLOIS
DUFOUR Jean	LA DURAZ St Pierre en Faucigny 74800 LA ROCHE SUR'FORON	E.N. BONNEVILLE

DUQUESNE Françoise	138Bd de la Gare 75013 PARIS	E.N. GARCHES
DURAND Monique	9 rue Margnolles 69300 CALUIRE et CUIRE	E.N. BOURG
ECOFFARD J.Pierre	79 Impasse des mésanges 5000 SAINT-LO	E.N. SAINT LO
EILLER Robert	14 rue d'Erstein GERSTHEIM 67150 ERSTEIN	E.N. STRASBOURG
FERAUD Marcelle	E.N. DIGNE 04000	E.N. DIGNE
FISCHER J.Paul	E.N.Inst. 16 rue de la Victoire 57000 MONTIGNY-LES-METZ	E.N. METZ
FONTVERNE Suzy	Impasse J. Baudron 03400 VZEURE	E.N. MOULINS
FOURGEAUD Colette	36 rue du Temple 62000 ARRAS	E.N. ARRAS
FREDON Daniel	40 rue Regnard 87100 LIMOGES	IREM LIMOGES
FREMIN Marianne	33, rue Brézin 75014 - PARIS	E.N. GARCHES
FREYBURGER Germaine	16, rue Mathias Schiff 54320 - NANCY	E.N. NANCY
GALLOT Chantal	28, rue de Reims 76000 - ROUEN	IREM ROUEN
GAMBADE Odette	1, rue Joseph Tissot 21000 - DIJON	E.N. DIJON
GAUDELET Nicole	25, rue Edgar Quinet 93120 - LA COURNEUVE	E.N. LE BOURGET
GERENTE Monique	IREM	IREM DE GRENOBLE
GIRES Rose	Rue Joseph Reinach 04000 - DIGNE	E.N. DIGNE
GOIX Jean Claude	20, rue Gustave Flaubert 45100 - ORLEANS	E.N. ORLEANS

GOUESNARD M.Louise		E.N. LAVAL
GOUSSARD Christian	<i>Impasse du Bijou 79000 - NIORT-Ste Pezenne</i>	E.N. NIORT
GRADELET Marcel	<i>6 bis , rue Péguy 26000 - VALENCE</i>	E.N. VALENCE
GRADELET Simone	<i>6 bis, rue Péguy 26000 - VALENCE</i>	E.N. VALENCE
GUILLOSOT Denise	<i>171, rue de Fougères 35000 - RENNES</i>	E.N. RENNES
HABERT Danielle	<i>20 C, rue Thiers 10120 - ST ANDRE-ès-VERGERS</i>	E.N. STE SAVINE
HACHELOUF Aimé	<i>Avenue de l'Ecole Normale 26000 - VALENCE</i>	E.N. VALENCE
HANSEL Natacha	<i>E.N. Mixte 55000 - BAR-le-DUC</i>	E.N. BAR-le-DUC
HUGON Albert	<i>43, avenue Stephen Liegeard 06000 - NICE</i>	IREM NICE
HUGUET François	<i>E.N.I., rue de Rosmadec 29000 - QUIMPER</i>	E.N. QUIMPER
JACQUART André	<i>3, rue de Corbehem 62117 - BREBIERES</i>	E.N. DOUAI
JULLIEN Pierre	<i>IREM</i>	IREM DE GRENOBLE
LACOUTTE Roger	<i>23, rue de la Brasserie 87000 - LIMOGES</i>	E.N. LIMOGES
LAMBINET Paulette	<i>4, rue J.S. Bach 67600 - SELESTAT</i>	E.N. SELESTAT
LATOURE Clémence		E.N. MONTROUGE
LECOQ Jacques	<i>16, rue du Plateau Fleuri 14000 - CAEN</i>	IREM CAEN
LEDE Robert	<i>118, avenue du Gal Leclerc 10300 - SAINTE-SAVINE</i>	E.N. TROYES
LEMPERIERE Simone	<i>8, rue des Réservoirs 14000 - CAEN</i>	E.N. CAEN
LE PEZRON Yves	<i>102, rue Bagot 22000 - ST BRIEUX</i>	E.N. ST-BRIEUX

LEYROLLE Roger	Ecole Normale 15000 - AURILLAC	E.N. AURILLAC
MABRIEZ Martine	IREM DE ROUEN B.P. 27 76130 - MONT ST-AIGNAN	IREM DE ROUEN
MARCHAL Annick	5, rue Georges Bernanos 57000 - METZ	E.N. METZ
MARCHAL Ginette	45, rue du Mont Olympe 08100 - CHARLEVILLE MEZIERES	E.N. CHARLEVILLE- MEZIERES
MARTINELLI Elise	2, place de la Convention 38130 - ECHIROLLES	E.N. GRENOBLE
MAURIN Roger	IREM DE CLERMONT B.P. 45 - 63170 - AUBIERE	IREM CLERMONT
METENIER Jacqueline	IREM DE ROUEN B.P. 27 76130 - MONT ST-AIGNAN	IREM DE ROUEN
MILHAUD Nadine	56, avenue Duméril 31400 - TOULOUSE	E.N. TOULOUSE
MOUTIN François	2, rue de la Caisse d'Epargne 62000 - ARRAS	E.N. ARRAS
MUNIER Jean Marie	Rozian Sud 10 Chamarandes - 52000 CHAUMONT	E.N. CHAUMONT
MYX André	9 bis E, rue Ferber 69300 - CALUIRE	E.N. LYON
NOYARIE D.	E.N.I. boulevard de la Croix Rousse - 69004 LYON	E.N. LYON
PAINCHAULT Jacques	Chemin de Chevaline 73100 - AIX-LES-BAINS	IREM DE GRENOBLE
PALLAVICINI Thérèse	"Machanod" 74650 - CHAVANOD	E.N. ANNECY
PARISOT Paul	Domaine du Petit Beauregard Bât. 8 Ap. 12 78170 - LA CELLE ST-CLOUD	E.N. GARCHES
PEDROLETTI J.Claude	5 boulevard de la Pernothe 25000 - BESANCON	E.N. BESANCON
PERNOT M.Alice	E.N.F. 110, rue du Fb St Jean 45000 - ORLEANS	E.N. ORLEANS
PICHOD Dominique	43, Bd du 11 novembre 1918 69100 - VILLEURBANNE	IREM LYON

PRAUTOY Georges	2 rue des Sauges 21130 AUXONNE	E.N. DIJON
RACOIS Michel	Faubourg Montbel 48000 MENDE	E.N. MENDE
RAULIN Laurence	35 avenue Pasteur 13007 MARSEILLE	IREM MARSEILLE
RENAUT Olivier	38, Bd de l'Université 21000 - DIJON	E.N. DIJON
RIMBAULT Claude	21, Bd Lamartine 22000 - SAINT-BRIEUX	E.N. SAINT-BRIEUX
ROUCHIER André	39, petite rue du Pont 45110 - CHATEAUNEUF/LOIRE	IREM ORLEANS
ROUGIER Jeanne	35, avenue de la Vienne 87170 - ISLE	E.N. LIMOGES
SEGUIN Denise	E.N.M. Bd Claude Debussy 65000 - TARBES	E.N. TARBES
SENDRAL J.Louis	La Mouline Nivelles 82000 - MONTAUBAN	E.N. MONTAUBAN
SEYVOZ Eugène	Bât.5 La Petite Chartreuse Route de Berre 13100 - AIX-en-PROVENCE	E.N. AIX-en-PROVENCE
SEYVOZ Jacqueline	même adresse	E.N. AI-en-PROVENCE
SIBILLE Michel	2, allée de Meppel 54500 - VANDŒUVRE-LES-NANCY	E.N. MAXEVILLE
SIBILLE Pierrette	2, allée de Meppel 54500 - VANDŒUVRE-LES-NANCY	E.N. MAXEVILLE
SIMOND Elise	13, cours Moreau 71000 - MACON	E.N. MACON
SOLANO-SERENA Alain	31, avenue Marc Urtin 26500 - BOURG-LES-VALENCES	IREM GRENOBLE
STOLTZ François	8, rue de la Gare GEISPŒLSHEIM -GARE 67400 - ILLKIRCH-GRAFFENSTÄDEN	E.N. SELESTAT
SUBTIL Christiane	E.N.G. 5, rue Anselme 69004 - LYON	E.N. LYON
SUBTIL Pierre	E.N.G. 5, rue Anselme 69004 - LYON	E.N. LYON

TAIN Laurence	12, rue des Charmettes 72000 - MACON	IREM DIJON
TEULE-SENSACQ Pierre	25, rue Saint Pierre 40000 - MONT-DE-MARSAN	E.N. MONT-DE-MARSAN
THARGUY Claude	21, rue A. Despres 53000 - LAVAL	E.N. LAVAL
THIRIOUX André	2, rue Charles VII 18000 - BOURGES	E.N. BOURGES
TOUPIN Janick	1, avenue Montréal 72000 - LE MANS	E.N. LE MANS
VERDUN Christian	Avenue Henri Martin 46010 - CAHORS	E.N. CAHORS
VERNET J.Marie	4, allée Alpille 30400 - VILLENUEUVE-LES-AVIGNON	E.N. AVIGNON
VIALARD Michel	Le Chêne-Droit 35520 - MELESSE	IREM RENNES
VINRICH Gérard	E.N. 47000 - AGEN	E.N. AGEN
WERQUIN M.Claude	18, rue Rouget-de-Lisle 93800 - EPINCY S/SEINE	IREM PARIS NORD

A T I T R E D ' I N F O R M A T I O N

COMMUNIQUE PAR P. DELANNOY.

Un groupe du stage A.P.M. - I.R.E.M. (sur la géométrie en 1er cycle) s'est proposé une réflexion sur les actions de formation d'instituteurs.

Différents problèmes ont été évoqués par comparaison des situations connues de ceux qui étaient autour de la table.

La comparaison la plus intéressante à la base fut celle des horaires de maths des stages. Le recensement effectué a donné ceci :

22 Académies, 50 Ecoles Normales ont donné des chiffres.

Elles représentent 356 stages (ou groupes)

dont 248 de 6 semaines (5 par PEN)	108 de 12 semaines (2 par EN)	dont	à dominante math	36
			à autre dominante	75
			sans dominante	245

Cela nous donne en moyenne par Ecole Normale, et pour 10 stages :

1 à dominante math, 2 à autre dominante, 7 sans dominante

(Si les maths semblent favorisées dans les dominantes, c'est peu globalement).

En nombre d'heures de math, on obtient les moyennes de :

8h30 en dominante math, 3h autre dominante, 3h30 sans dominante, par semaine et par stage.

Pour les "services de suite", 10 oui ou équivalent sur 50 E.N.

Ces chiffres sont établis rapidement et indépendamment d'autres facteurs. Peut-être faudra-t-il élaborer une statistique précise sur la question.

On remarque également que très rares sont les stages longs à dominante :

Nbre de stages	dominante math	autre dominante	sans dominante	Total
6 semaines	31	70	147	248
12 semaines	5	5	98	108
	36	75	245	356

pour 50 E.N.

RAPPORT DU GROUPE A.

TOPOLOGIE A L'ECOLE MATERNELLE ET ELEMENTAIRE.

Dans un premier temps nous avons fait un inventaire des notions qu'on peut aborder à l'Ecole Élémentaire, du vocabulaire qui s'y rattache et nous avons tenté de résoudre certains problèmes posés par l'approche de ces notions.

Dans un second temps nous avons envisagé quelques activités permettant d'illustrer ces notions.

I - INVENTAIRE DES NOTIONS :

On peut envisager les notions de :

1. Ligne : il semble difficile d'en donner une définition ; nous nous sommes contentés d'en donner une image : la ligne est l'idéalisation d'un fil ou d'un trait de crayon ; il sera important de préciser si on considère ou non les extrémités.
2. Ligne simple : on obtient l'image d'une ligne simple en traçant un trait sans passer deux fois par le même point.



ligne simple



ligne non simple



ligne simple

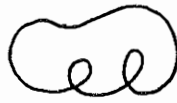


ligne non simple

3. Ligne fermée simple : toute ligne qui peut se transformer en un anneau dans une déformation.



ligne fermée simple



ligne fermée non simple

Remarque : fermé n'est pas employé ici dans le sens "topologique du terme".

- La donnée d'une ligne fermée simple L dans un plan permet de déterminer 3 ensembles de points :

- . la ligne L elle-même
- . 2 régions :

- * Etant donnés deux points quelconques de chacune des régions, il existe au moins une ligne ayant ces deux points pour extrémités et ne coupant pas la ligne L.
- * Si deux points n'appartiennent pas à la même région, toute ligne les joignant coupe la ligne L.

La ligne L est la frontière de l'une ou de l'autre des régions.

Dans le cas d'une ligne fermée non simple ou d'un ensemble de lignes on obtient une ou plusieurs régions.



3 régions



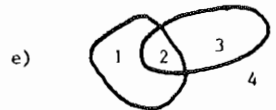
3 régions



5 régions



4 régions

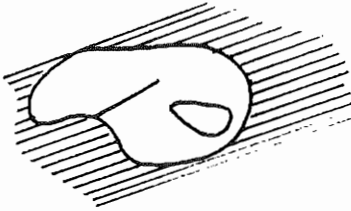


4 régions

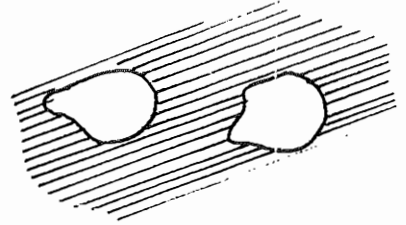
La frontière d'une région n'est pas toujours formée d'une seule ligne fermée simple ; dans le cas d) la frontière du domaine 3 est la réunion de 3 lignes fermées simples.

4. Intérieur : il est préférable de se limiter aux lignes fermées simples ; même dans ce cas on se contente d'une idée intuitive qui correspond plus à la compacité qu'à la notion topologique de point intérieur.
5. Connexité : on n'envisage que la connexité par arc, ce qui n'est pas gênant puisque connexe par arc entraîne connexe.
Une partie du plan connexe est une partie d'un seul tenant.

Dans le cas d'une ligne, il est préférable de parler de connexité plutôt que de continuité (la continuité est une propriété liée à l'étude des fonctions).



La partie non hachurée est connexe.



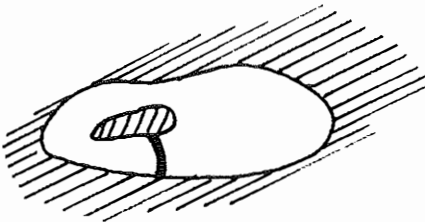
La partie non hachurée est non-connexe. Elle a 2 composantes connexes.

6. Connexion : une connexion est une ligne qui joint deux points d'une frontière et qui est toute entière contenue dans une même région.

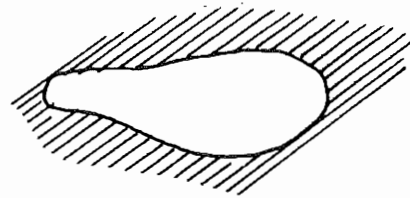


Les lignes tracées en trait gras sont des connexions.

7. Degré de connexité : une région est ^{n-connexe} connexe de degré n si on peut construire dans cette région au plus $(n-1)$ connexions sans créer de nouvelles régions.



Région connexe de degré 2 ou doublement connexe.

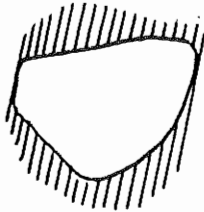


Région simplement connexe (ou connexe de degré 1).

8. Ouvert, fermé : une partie du plan est ouverte si pour tout point de cette partie, il existe un disque centré sur ce point et contenu dans la partie. Une partie est fermée si son complémentaire est une partie ouverte.

9. Convexité : la convexité n'est pas une propriété topologique, cependant comme elle a de forts liens avec la topologie, nous en parlerons ici.

Une partie du plan est convexe si quels que soient les deux points de cette partie que l'on considère, le segment qui les joint est contenu dans cette partie.



Partie convexe



Partie non-convexe.

II - QUELQUES ACTIVITES TOPOLOGIQUES :

- Dénouement de régions ;
- classement de lignes, de régions ;
- recherche d'objets topologiquement équivalents (exemple : lettres majuscules d'imprimerie de l'alphabet français) ;
- coloriage ;
- problème du Calife de Bagdad.

III - BIBLIOGRAPHIE :

- L'enfant à la découverte de l'espace - S. et A. SAUVY (Castermann).
- Initiation à la topologie - DIENES (O.C.D.L.).
- La géométrie par les transformations - Tome 1 - DIENES (O.C.D.L.).
- Certains numéros de la revue A.R.P.
- Points de départ - (CEDIC).
- Livre du problème - Volume 4 - (CEDIC).

RAPPORT DU GROUPE B

OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE ELEMENTAIRE.

Après une courte discussion, le groupe, numériquement important, s'est scindé en deux :

- l'un désirant étudier les objectifs (philosophiques ?) indépendamment de la situation actuelle,
- l'autre se fixant comme tâche l'inventaire des activités géométriques pratiquées ou praticables dans le cadre du programme actuel, et la structuration du noyau correspondant.

I - OBJECTIFS GENERAUX DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE ELEMENTAIRE.

- Maîtrise de l'espace physique (pour laquelle la mathématique n'est pas la seule partie prenante).
Se situer et voir dans l'espace.
- Etude de situations permettant le développement à la fois de l'observation, de la réflexion et de l'habileté manuelle (dessin géométrique, usage des instruments).

II - ACTIVITES INTERVENANT LORS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE.

- Observation et manipulation.
- Vocabulaire descriptif (stade intéressant, mais à dépasser de manière impérative : quand on introduit une notion, c'est pour s'en servir !).
- Tracés, dessins géométriques, activités manuelles et artistiques, découpages, pliages.
- Les transformations.
- Aspect relationnel : classements, relations d'incidence, parallélisme, orthogonalité.
- Combinatoire, topologie.
- Quadrillages.
- Mesures.

III - NOYAU ET THEMES

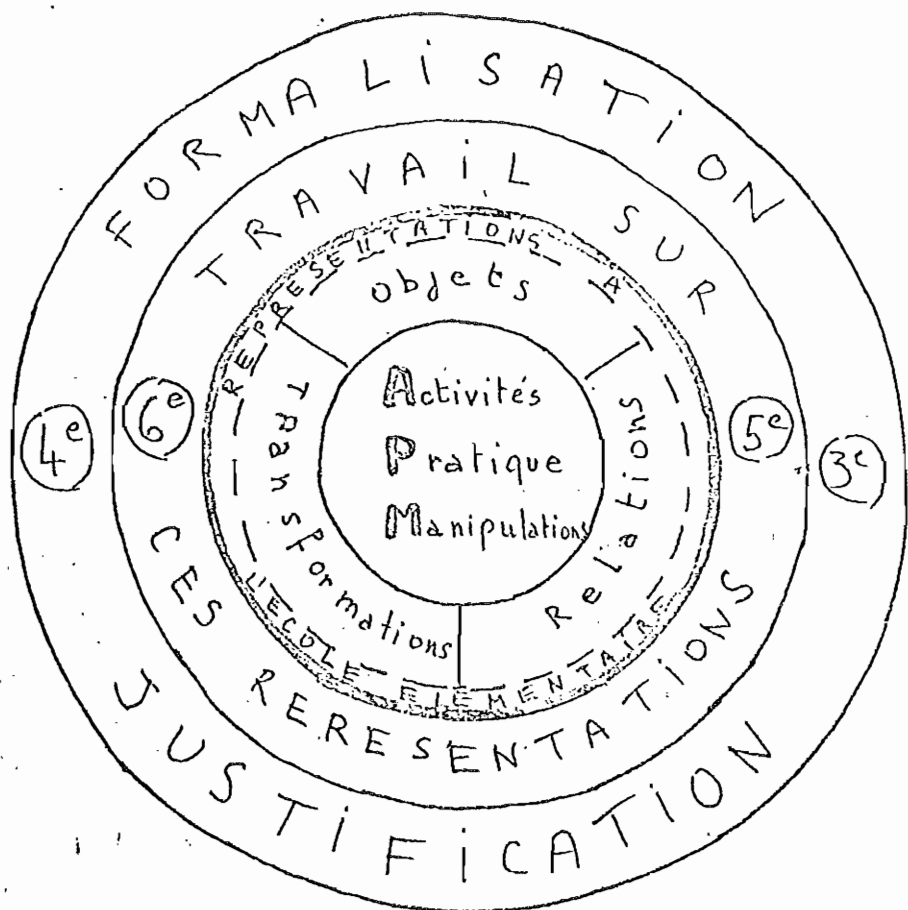
Il a paru utile de présenter (à nouveau ?) et de structurer sous forme d'organigramme le noyau concernant ce qui est intitulé dans le programme "Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques", c'est-à-dire ce qui doit être étudié dans toutes les classes.

Le commentaire de l'organigramme comporte dans sa colonne de gauche le noyau en question, et dans sa colonne de droite l'indication de quelques thèmes, c'est-à-dire d'activités non obligatoires. Il est apparu toutefois au groupe que l'étude de quelques thèmes est souhaitable.

Le choix des thèmes peut, bien sûr, porter sur d'autres sujets non cités ici.

Inventez!

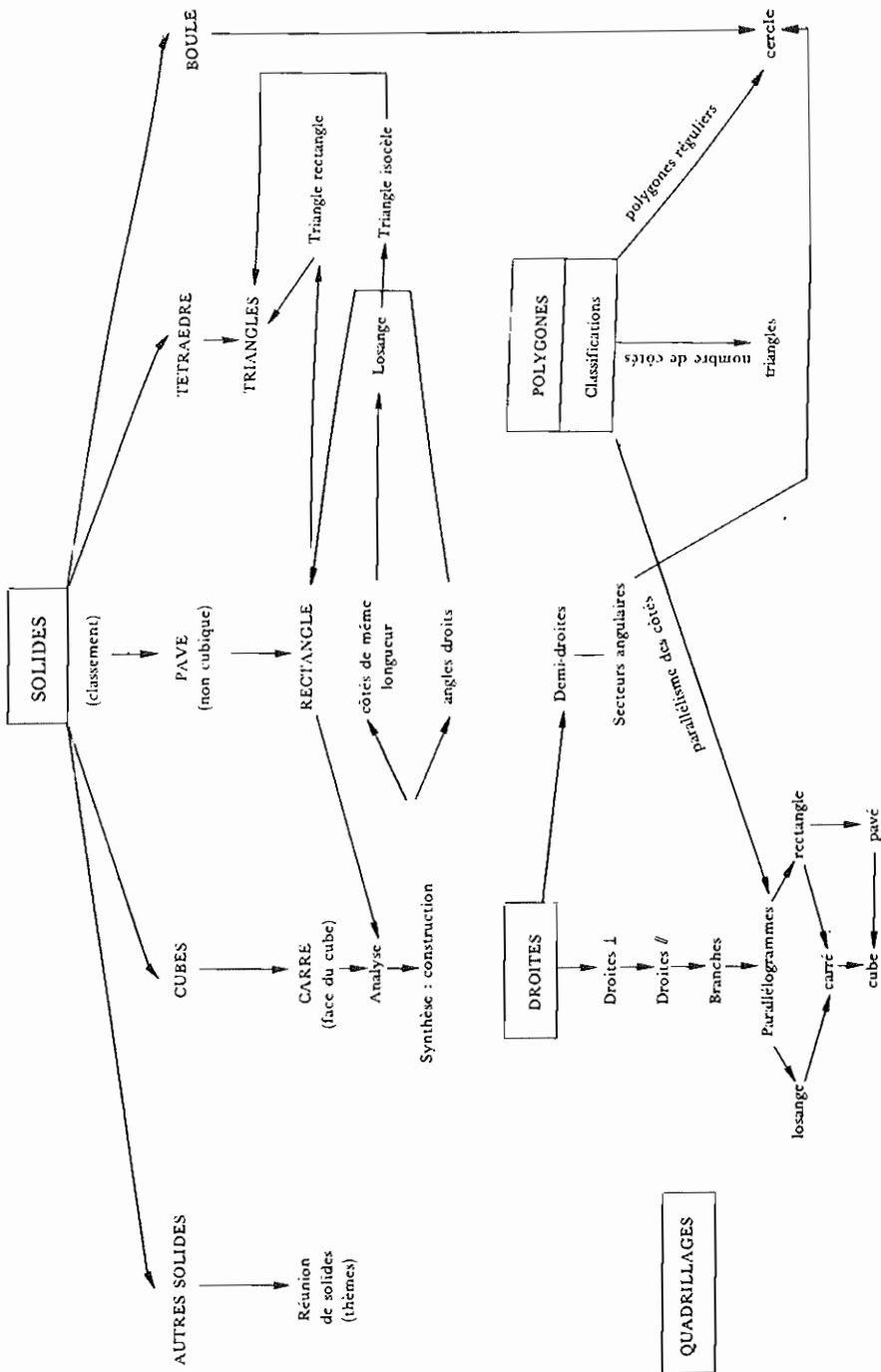
Réfléchissez



Enseignez!

Mathématissez!

ORGANIGRAMME



COMMENTAIRES DE L'ORGANIGRAMME

Remarques Générales :

- Il est conseillé de ne pas faire des constructions uniquement sur papier quadrillé mais également sur papier uni.
- Les polygones introduits pourront être considérés indifféremment comme domaines, frontières ou encore ensembles de points.

<u>NOYAU</u>	<u>THEMES</u>
<p><u>C.E.</u></p> <p><u>Analyse du cube :</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Vocabulaire- Dénombrement (faces, arêtes, sommets)- Relations d'incidence (entre faces, entre arêtes, entre sommets et arêtes, entre arêtes et faces) <p><u>Carré (présentation) :</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Définition 1 (spatiale) : le carré est une face du cube. <p><u>Analyse du carré :</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Côtés de même longueur (ceci peut se vérifier par pliage, décalque, ultérieurement par mesure.- Angle droit (présenté comme coin du carré puis par pliage). Utilisation d'une équerre en papier, puis du commerce.	<ul style="list-style-type: none">- Cheminements sur les arêtes du cube.- Jeux sur les cubes.- Cubes et numération (dés,...)- Coloriage. <ul style="list-style-type: none">- Construction avec meccano.- Découverte des axes de symétrie par pliage.

Synthèse du carré :

- Définition 2 (plane) : Figure ayant quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.
- Reconnaissance et construction : par pliage, puis par dessin avec utilisation des instruments.

Rectangle :

Deux présentations sont possibles :

- à partir du parallélogramme
- comme figure ayant une des propriétés du carré.

Triangle :

Plusieurs présentations possibles :

- à partir du tétraèdre
- à partir de trois points
- par pliage
- planche à clous et élastique
- meccano (définition et construction)
- à partir de ses cas particuliers (demi-rectangle, demi-losange, demi-carré).

N.B. On suivra la même démarche pour le rectangle et le triangle que pour le carré (analyse, synthèse, construction).

Droites et demi-droites dans le plan :

La notion peut-être approchée dès le C.E. et même avant

- pliage
- trait droit
- prolongement du côté d'un carré
- points alignés...

- Jeux sur les triangles (cerfs-volants, etc..)

dans cette optique on parlera également du plan et du demi-plan, et on pourra introduire le secteur angulaire. On réservera l'étude des relations entre les droites au C.M.

C.M.

Droites perpendiculaires, parallèles - Bandes (dans le plan) :

- L'angle droit ayant été introduit au C.E. (angle du carré, pliage, équerre), on définira des droites perpendiculaires comme des droites qui en se coupant déterminent des angles droits.
- L'étude de la relation "est perpendiculaire à" amènera à l'étude de deux droites perpendiculaires à une même droite et à la définition du parallélisme.

Remarque : en dehors de cette définition, on ne renoncera pas à l'observation de non-intersection de 2 droites d'un même plan.

- Les constructions relatives à ces droites se feront :
 - . par pliage
 - . à l'aide de la règle et de l'équerre
- Au niveau de l'introduction de la bande on étudiera la notion de largeur d'une bande.

Du carré vers le cube :

- Le carré se définit comme un losange rectangle.
- Un retour sur le cube se fait à partir du carré (construction avec six carrés superposables).

- Construction du cube à l'aide d'un de ses onze développements.
- Cube en meccano.
- Déplacements sur les faces du cube (plus court chemin, classement) à l'aide du développement.

POLYGONES

Définition : ligne brisée fermée ou domaine délimité.

Classements : ils peuvent se faire selon :

- nombre de côtés
- parallélisme de certains côtés
- orthogonalité de certains côtés
- convexité (avec élastique)
- régularité

TRIANGLE

Observation : polygone ayant le nombre minimal de côtés.

Construction : à l'aide de 3 segments.

CERCLE

Le cercle se présentera comme l'ensemble des points situés à une même distance d'un point donné : un point O est donné.

Dans un ensemble de points on définit la relation d'équivalence : "être à la même distance de O". Puis le compas servira à représenter tous les points d'une classe.

Vocabulaire : centre, rayon, diamètre, disque.

Quadrillages et Mesure

La géométrie sur quadrillage et la notion de mesure n'ont volontairement pas été traitées, car ce travail a été fait de façon approfondie dans deux autres groupes.

planche à clous

trapèze

classement par axes de symétrie
(leur nombre)

On pourra dégager la relation qui doit nécessairement lier les longueurs des 3 segments.

si une situation le motive, on pourra introduire quelques autres mots.

- cercle et droites (positions relatives : sécantes, tangentes, droites extérieures).

OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE ELEMENTAIRE.

REFLEXIONS DE N. MILHAUD AVEC QUELQUES REMARQUES IMBRIQUEES DE C. BENZAKEN.

Les objectifs de l'enseignement en général sont non seulement

- l'acquisition de connaissances
- mais encore :

- 1) l'épanouissement des aptitudes individuelles.
- 2) la maîtrise d'une méthodologie, pour ne pas dire une technique, apte à fournir des moyens d'actions (comprendre-prévoir-agir) dans un spectre très large de situations (non spécifiques d'une discipline).

Compte tenu de ces objectifs, l'enseignement de la géométrie à l'école, élémentaire et pré-élémentaire, devrait être conçu pour permettre à l'enfant :

1. de vivre "normalement" l'espace, en améliorant la prise de conscience de son schéma corporel qui, ne l'oublions pas, se fait, de toute manière, bien ou mal (et dans ce dernier cas avec des conséquences lourdes).
2. de s'exprimer dans un langage assez large (et pas forcément trop rigoureux à cet âge) : langage naturel parlé-écrit ; langage semi-concret : graphique et dessin ; langage plus concret : maquettes, patrons, dispositif expérimental pour communiquer les faits géométriques, à savoir :
 - description (en vue d'éventuelle reconstitution) des objets géométriques (relativement simples)
 - établissement des relations entre ces objets :
 - . relation objet-objet (situation relative : incidence, parallélisme etc., comparaison par forme, grandeur, etc.. Transformations : niveau statique comme dynamique).
 - . relation objet-espace : repérage.
 - . relation objet-temps : cheminement, mouvement, cinématique...).
3. de l'aider enfin dans tous les autres secteurs disciplinaires.

L'espace (ou la géométrie) joue un rôle en effet central car il permet de "visualiser" parfois les concepts les plus abstraits et de les rendre "abordables".

Les mathématiques, bien sûr, sont des parties prenantes : les notions de continuité, de limite, de Q , de N ... auraient-elles (franchement) vues le jour sans l'espace et la géométrie ?

L'apprentissage de la lecture n'est-il pas un problème de reconnaissance de formes ?

L'utilisation de schémas géométriques n'est-il pas monnaie courante dans l'étude des langues, des sciences humaines, l'informatique, la chimie, la physique ?

- Ne pas faire de la géométrie pour la géométrie est donc une règle essentielle, au moins à l'école élémentaire.
- L'esprit d'interdisciplinarité est fondamental.

L'école élémentaire est pour cela un lieu privilégié pour la géométrie : maître non spécialisé etc.. éveil... etc...

Nous rappelons tout d'abord, sur le tableau suivant, quelques hypothèses faites par certains psycho-génétiens à propos de l'élaboration du schéma corporel en parallèle avec la prise de conscience des objets.



λ

$C\alpha$

APTITUDES NECESSAIRES	CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES NECESSAIRES	ACTIVITES POUVANT ETRE PROPOSEES DANS LES CLASSES
<p>OBSERVATION ANALYSE COMPARAISON GENERALISATION et CONCEPTUALISATION COMMUNICATION et CODAGE REPRESENTATION</p>	<p>1. <u>RELATIONS</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * <u>Equivalence</u> : sous la forme de classes. Logique (notion de propriété - choix de critère). * <u>de type topologique</u> : borde, coupe, entre- Frontière - domaine - ligne ouverte, ligne fermée- Dedans - dehors. * <u>d'Ordre (orientation)</u> : dessus-dessous plus grand que devant-derrrière plus mince... gauche-droite etc... avant - après plus que, moins que. <p>2. <u>DEPLACEMENTS</u> Cheminelements - vers le haut - vers le bas - vers la droite - vers la gauche.</p> <p>3. <u>TRANSFORMATIONS</u> Symétrie par rapport à un axe. Symétrie par rapport à un plan.</p> <p>4. <u>REPRESENTATIONS</u> La flèche - le chemin - la ligne - le schéma sagittal.</p>	<p>1. <u>TRIS</u> - Exercices sensoriels.</p> <p>2. <u>EDUCATION PHYSIQUE ET RYTHMIQUE.</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * <u>Sans consigne</u> : on utilise son corps, on vit son corps librement. * <u>Avec consigne</u> et matériel visant à faire vivre à l'enfant des relations de type topologique, des relations d'ordre, des déplacements et même la symétrie de son corps, celle des objets ou leur dissymétrie. <p>3. <u>RELATIONS QUELCONQUES</u> entre des objets quelconques. Activités de classements - de rangements sur toutes sortes d'objets et d'images.</p> <p>4. <u>RELATIONS DE TYPE TOPOLOGIQUE</u> entre des objets - Idem pour les cheminelements et les orientations (met tel objet à l'intérieur de...).</p> <p>5. <u>JEUX DE CONSTRUCTIONS</u> : jeux logiques. Jeu du portrait (observation), analyse et comparaison.</p> <p>6. <u>TRAVAUX DE SYMETRIE</u> : à deux mains, sur quadrillage-miroir, jeux de constructions.</p> <p>7. <u>PEINTURE - GRAPHISME - MANIPULATION D'IMAGES</u> Dessins à une ou deux mains, communication de situations vécues et pour cela recherche d'images pour représenter cette situation.</p>

APTITUDES NECESSAIRES	CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES NECESSAIRES	ACTIVITES POUVANT ETRE PROPOSEES DANS LES CLASSES
A LES OBJETS GEOMETRIQUES ET LEURS RELATIONS MUTUELLES		
OBSERVATION ANALYSE SYNTHESE CRITIQUE COMPARAISON REPRESENTATION PREVISION	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>CLASSIFICATION</u> : <u>Volume - Surface - Ligne</u> 2. <u>CONNAISSANCE</u> des <u>éléments pertinents</u> ou des figures élémentaires à partir desquelles on peut les reconstituer : droite - demi-droite - segment ligne courbe - point - bande - secteur angulaire. 3. <u>RELATION ENTRE CES ELEMENTS</u> dénombrément, incidence, voisinage, parallélisme, orthogonalité, distance, isométrie. 4. <u>TRANSFORMATIONS</u> - symétrie axiale (/plan) - projection (ombre portée) et surtout leurs effets sur les éléments pertinents et les relations qui les lient. → Notion d'Invariant → Eléments jouant un rôle particulier dans ces figures : bissectrices, médiatrices, hauteur... 5. <u>MESURE</u> : Le cardinal Le système métrique L'ordre de grandeur 6. <u>REPRESENTATION DES FIGURES</u> . Connaissance des images servant à représenter les éléments pertinents et les relations les liant. . Utilisation des instruments permettant de construire ces images (règle, compas, té, rapporteur). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>MANIPULATION</u> d'objets permettant, par comparaison, d'aboutir à cette classification. 2. <u>REPRESENTATION</u> de figures simples (carré, rond, triangle) à partir d'une perception globale, qui permettra de faire apparaître certains éléments pertinents. Ex : carré - rond → notion de point. carré - triangle → coin - secteur angulaire - perpendiculaire et les relations entre eux. 3. <u>LES JEUX DE CONSTRUCTION</u>, les pavages seront des activités propices à l'élaboration de ces connaissances. 4. <u>ANALYSE</u> à partir de ces données d'autres figures simples (cube - pavé - pyramide). 5. <u>TRAVAUX SUR LA SYMETRIE</u> : - sur quadrillage Recherche de symétrie. - Observation et analyse de l'ombre portée par le soleil et par une lampe. - Recherche des invariants. 6. <u>ACTIVITES D'ENCADREMENTS</u> avec des unités différentes avant d'arriver au système décimal : - sur des lignes - longueurs surfaces - aires volumes - mesure de volumes. 7. <u>CETTE CONNAISSANCE</u> se construira par étapes successives, l'enfant découvrant des homomorphismes de plus en plus satisfaisants pour représenter ces éléments et les relations qui les lient. Construction de représentations à l'échelle. Construction de maquettes et de patrons.
B RELATIONS DES OBJETS A L'ESPACE (REPERAGE) ET AU TEMPS		
OBSERVATION et ANALYSE CODAGE et DECODAGE	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>CONNAISSANCE DES OBJETS</u> 2. <u>RELATIONS DE</u> Position - de voisinage - d'ordre, métriques 3. <u>LE QUADRILLAGE</u> : . Intersection de bandes . Intersection de lignes 4. <u>CODAGE ET DECODAGE</u> des noeuds ou cases d'un quadrillage. 5. <u>TRANSFORMATIONS</u> : . symétries et translations sur quadrillage. 6. <u>MESURE</u> 7. <u>PROPORTIONALITE</u> 8. <u>DEFORMATION - MOUVEMENTS</u> 	<ul style="list-style-type: none"> ● <u>Se repérer par rapport à des objets</u>. Repérer des objets par rapport à soi, des objets par rapport à d'autres objets. ● <u>Construction de plans maternelle - CP-CE</u> : qui ne tiennent compte que des relations de voisinages, d'ordre, de nombre. Repérer des objets ou des enfants sur ce plan. <u>CE2 - CM</u> : plus précis et tenant compte des relations de parallélisme, d'orthogonalité. <u>CM2</u> : plans à l'échelle (cours de géographie). ● <u>Repérage d'objets ou d'enfants</u> sur ces plans ou sur d'autres existant (plan de ville, plans d'architecture,.) ● <u>Repérage de cheminements</u> sur quadrillages → Translation et mouvement de translation. ● <u>Exercices de codage et décodage</u> à propos de situations très différentes et pas forcément géométriques ou mathématiques. ● <u>Jeux de labyrinthes</u> ● <u>Le dessin animé</u> - succession de différentes étapes, etc.. ● <u>Construction de mobiles...</u>

3- REINVESTISSEMENT DE DONNEES GEOMETRIQUES DANS DES SITUATIONS DE NATURE NON GEOMETRIQUE

<p>OBSERVATION</p> <p>ANALYSE</p> <p>COMPARAISON ET ANALOGIES DE STRUCTURES</p>	<p>UTILISATION DES ASPECTS TOPOLOGIQUES DE L'ESPACE</p>	<p>→ diagramme de Venn ; logique ; ...</p>
	<p>UTILISATION DES ASPECTS TOPOLOGIQUES ET ORIENTES DE L'ESPACE</p>	<p>diagramme sagittal } relations humaines (réseau de communication) relations numériques relations quelconques (géographie, Sciences Nat. français...)</p> <p>arbre } recherche énumérative dénombrement multiplication algorithmes et parcours inverses</p>
	<p>UTILISATION DES ASPECTS TOPOLOGIQUES ORIENTES ET METRIQUES DE L'ESPACE</p>	<p>diagramme de Carroll</p> <p>quadrillage } relations (de tous ordres) multiplication</p> <p>courbes → relations → allongement d'un ressort en fonction du poids. croissance d'une plante en fonction du temps. diagrammes en bâtonnets (géographie).</p> <p>aires → histogrammes (géographie).</p>

RAPPORT DU GROUPE C

Animateur : J. LECOQ

QUE FAIRE AVEC CINQ CENT CUBES ?

Le groupe de travail s'est fixé deux objectifs :

- * collectionner des thèmes ayant un aspect dynamique,
- * réaliser ou, tout au moins, envisager la réalisation de documents pour l'atelier de mathématiques :
 - pistes d'exploration
 - fiches de travail
 - albums d'images
 - livrets d'information
 - affiches
 - maquettes d'exposition.

Ce deuxième point a donné lieu à de nombreuses discussions qui n'ont pu déboucher sur des réalisations. Est-ce par manque d'imagination ? Est-ce parce que le cube s'y prête mal (problèmes de représentation) ? Sommes-nous tellement marqués par le travail sur fiches ? Manquons-nous de confiance dans les possibilités qu'ont les enfants de s'informer par eux-mêmes ? Quoiqu'il en soit, l'idée est à reprendre.

Ce document ne contient donc qu'une liste de thèmes de travail à compléter et à mettre en forme.

MATERIEL

- * 500 cubes en bois blanc (à découper dans des tasseaux de 24)
- * Dés
- * Structuro (Hachette)
- * Soma et autres polycubes (utiliser des tasseaux de 24)
- * Construct-o-pailles (OCDL)
- Math-orbit (OCDL)

on peut fabriquer un matériel analogue avec des pailles et des baguettes cure-pipes.

- * Cubes emboîtables
 - une direction (OCDL, Nathan)
 - trois directions (Magnard)
- * Polygones (OCDL) : assemblage par élastiques
- * Maquettes en carton ou à fils (voir ce document).

BIBLIOGRAPHIE

- * LUCAS ; *Récréations mathématiques*. TI : *Le Taquin* (Blanchard).
- * SEMINAIRE GALION 2 ; VARGA : *Façades, trains et choix* (OCDL - Hatier).
- * GARDNER : *Problèmes et divertissements mathématiques*. TII : *Les cubes soma* (Dunod).
- * PENTAMINO N° 1 : *Constructions de cubes* (IREM de Grenoble).
- * A.R.P. N° 9 : *L'art du soma au CM1*.
- * COLOMB : *Polyominocs* (Allen and Linwin).
- * GLAYMANN : *Une Géométrie sur un cube* (in Bulletin APMEP n° 281).
- * GARDNER : *Nouveaux divertissements mathématiques. Les 24 carrés coloriés et les 30 cubes* (Dunod).
- * D.S. FIELKER : *Cubes* (C.U.P.).
- * A. MYX : *6 Thèmes pour 6 semaines* (CEDIC).

I - ALIGNEMENTS

Réaliser des trains avec des cubes colorés.

Par exemple : trains de longueur 3 avec des cubes blancs et des cubes noirs.

- * trains "orientés" : B B B N N N
 B B B N N B
 B N B N B N
 N B B B N N soit 8 trains
- * trains "non orientés" : B B B N N N
 B B N N N B
 B N B N B N soit 6 trains
- * types de trains : B B B
 B B N
 B N B soit 3 trains
- * variantes : 1) on s'interdit d'avoir 2 cubes noirs côte à côte
 2) problèmes analogues avec des règles Cuisenaire.

II - CONFIGURATIONS PLANES.

II-1 Nombres pairs et impairs

6 est un nombre pair car on peut disposer 6 cubes en un rectangle à 2 lignes.



Pour les nombres impairs on a des configurations telles que :

Par l'intermédiaire de ces configurations on peut approcher

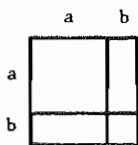
l'arithmétique de $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$

II-2 Nombres carrés

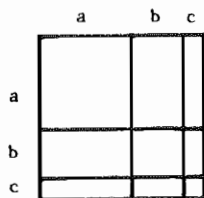
Construction de la table des carrés :

	1	2	3	4	5	6
1	1	4	9	16	25	36
		3	5	7	9	11
		2	2	2	2	

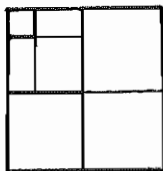
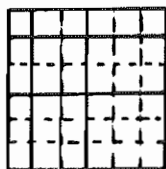
Exercice de lecture :



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

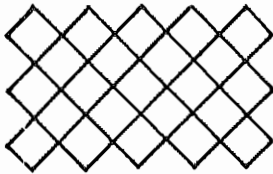


$$(1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$$

II-3 Nombres rectangulaires (Cf multiplication et divisibilité).

- * Liste des nombres rectangulaires de 1 à 60.
diviseurs d'un nombre, treillis des diviseurs.
- * Aire et périmètre d'un rectangle.
Aire constante : étude des périmètres.
Périmètre constant : étude des aires.
Représentation graphique des résultats.

II-4 Quinconces



Le quinconce nécessite 23 cubes.

Ce qu'on peut noter $3 * 5 = 23$.

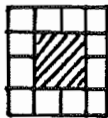
- Construire une table de la loi de composition *.
- Cette loi est commutative et associative ;
1 est neutre.
- $a * b = ab + (a-1)(b-1)$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	5	8	11
3	3	8	13	18
4	4	11	18	25

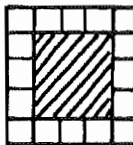
II-5 Encadrements (au sens des tableaux)



$E_3 = 8$



$E_4 = 12$



$E_5 = 16$

Pour $n \geq 2$

$$E_n = n^2 - (n-1)^2$$

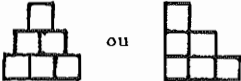
$$E_n = 4(n-1)$$

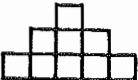
Si S_n désigne $E_1 + E_2 + \dots + E_n$ on a :

n	1	2	3	4	5	n
E_n	1	4	8	12	16	$4(n-1)$
S_n	1	5	13	25	41	$2n^2 - 2n + 1$


- * Constater que la suite S_n apparait dans la diagonale de la table de Pythagore des quinconces (Cf. II-4). Pourquoi ?
- * Les encadrements impairs s'emboîtent les uns dans les autres ; de même pour les encadrements pairs.
Ainsi S_n est la somme des carrés de 2 naturels consécutifs $S_n = n^2 + (n-1)^2$.
- * Se donnant 4K cubes, réaliser des encadrements carrés ou rectangulaires.
Etudier l'aire des tableaux ainsi encadrés.

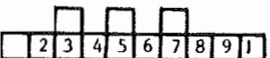
II-6 Escaliers

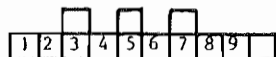
- *  conduisent à l'égalité :
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n (n+1)$$

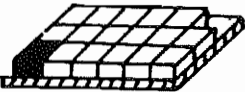
- *  conduisent à l'égalité :
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

II-7 Taquins

- *  9 cubes : 8 blancs, 1 noir.
Amener le cube noir dans la case de gauche.
Les cubes glissent d'une case à une case voisine si celle-ci est libre.

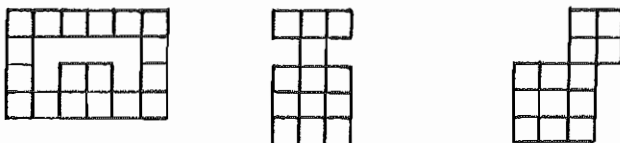
- *  9 cubes numérotés de 1 à 9. Il s'agit en déplaçant les cubes comme ci-dessus d'aboutir à la position finale suivante :



- *  Sur un plateau 3 X 6, 16 cubes blancs et 1 cube rouge disposés comme ci-contre. Il s'agit d'amener le cube rouge à l'emplacement vide (en haut et à droite) en glissant les cubes sur le plateau.

- * Le Taquin : un plateau $n \times p$; dans un sac np cubes numérotés de 1 à np .
On tire les cubes un par un et on les pose sur le plateau.
On retire l'un des cubes ménageant ainsi un emplacement vide libre. Il s'agit alors de ramener les numéros dans un ordre fixé à l'avance.

Inventer des variantes : au lieu d'un plateau $n \times p$, voici des pistes que l'on peut utiliser :



voir à ce propos : LUCAS : *Récréations mathématiques* Tome 4

II-8 Cube et quadrillage

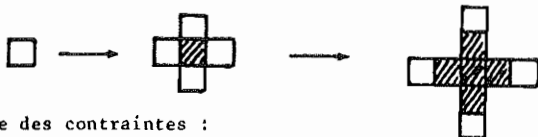
Un cube qui "roule" sans glisser sur du papier engendre un quadrillage.

Si le cube est colorié, il imprime ses couleurs sur les cases du quadrillage.
Etudier les coloriages qu'on peut ainsi obtenir (voir plus loin : coloriages du cube).

II-9 Construction d'ensembles

- * Recherche des polyminos.
- * Façades : se reporter à l'article de VARGA : *Façades, trains et Choix* dans *Séminaire Galion 2*.
- * Croissance de cristaux :

un carré pousse des bourgeons carrés le long de chacun de ses côtés.
Tout carré n'a qu'un seul parent. Examiner les descendance successives.

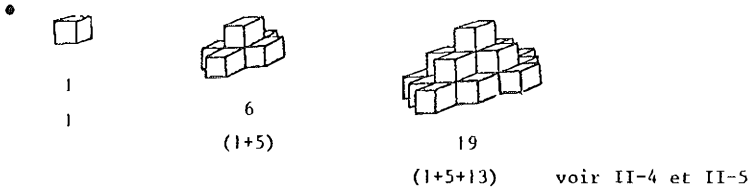


Introduire des contraintes :

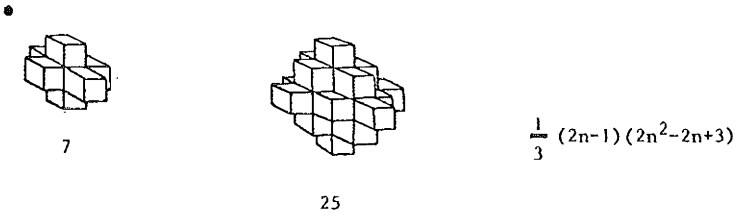
- 2 carrés d'un même génération peuvent-ils se toucher ? Par un côté ? Par un sommet ?
- Fixer la longévité des carrés.

Variantes : au lieu de carrés, prendre des triangles ou des hexagones.
















Consulter : module, proportion, symétrie, rythme.



Ces nombres sont de la forme $\frac{1}{3} n(2n^2+1)$



III-5 Polycubes

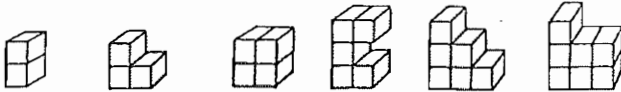
 1	 1		 S	2
	 S M	 S M		
 S	 S M	 S M	 S	8
 M	 M	 M	29

Il y aurait, paraît-il, 166 hexacubes (Gardner).

- * Les 7 pièces marquées S constituent le Soma.
- * Avec les 6 pièces marquées M on peut construire un cube.

III-6 Puzzles

- * Avec le Soma : voir Gardner, Pentamino n° 1, A.R.P. 9.
- * Parmi les 29 pentacubes figurent les 12 pentaminos avec lesquels on peut réaliser des pavés $3 \times 4 \times 5$, $2 \times 3 \times 10$, $2 \times 5 \times 10$.
- * Avec les 28 pentacubes (ôter le $1 \times 1 \times 5$) on peut faire 2 pavés $2 \times 5 \times 7$.
- * Avec les 8 tétracubes, faire un pavé $2 \times 4 \times 4$.
- * Avec les 6 pièces suivantes :



réaliser un cube.

IV - LE CUBE

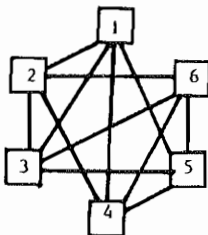
IV-1 Construire un cube (voir ci-dessous V - Patrons du cube).

IV-2 Sections planes - Recenser les polygones que l'on peut obtenir et construire des maquettes pour exposition.

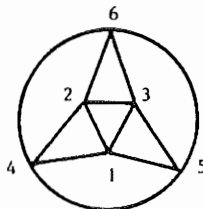
IV-3 Nombre des dés : sur un dé, la somme des points portés par deux faces parallèles est 7. Il n'y a que 2 dés.

IV-4 Relations

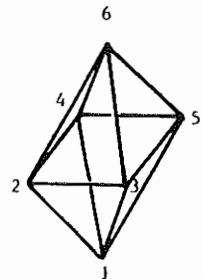
- * Faces ayant une extrémité commune



ou



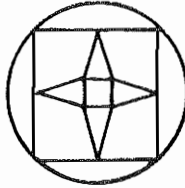
ou



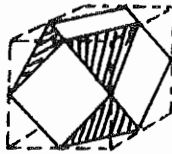
maquette à fils

- * Arêtes ayant une extrémité commune.

La relation sous-jacente peut être représentée dans le plan par le diagramme :



dans l'espace par :



on obtient ainsi un cuboctaèdre (Maquette à fils)

IV-5 Chemins

Partir d'un sommet et cheminer le long des arêtes. Recenser les chemins qui empruntent une arête, 2 arêtes, ..., les 12 arêtes.

Est-on contraint d'emprunter 2 fois (ou plus) une même arête ?

- entre autres : chemins euliériens
chemins hamiltoniens.

- * Deux points A et B placés sur un cube. Quel est (ou quels sont) le(s) trajet(s) de longueur minimum joignant A à B ?
- * Un cube dont les 6 faces sont coloriées avec 6 couleurs, roule sans glisser sur un quadrillage. Chaque face en contact avec le papier y imprime sa couleur. Etudier le coloriage ainsi obtenu pour le quadrillage.

IV-6 Découpages

- * Couper un cube par un plan de façon que la section soit un hexagone régulier. Examiner les 2 solides obtenus.

Patron de ces solides :

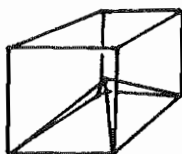


- Découper suivant les traits pleins.
- Plier suivant les traits pointillés.

Avec 2 de ces solides, refaire un cube.

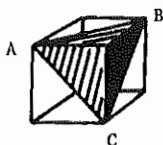
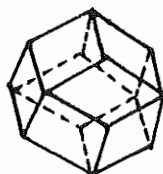
Avec 8 de ces solides, réaliser un octaèdre tronqué.

*



un cube éclate en 6 pyramides à base carrée.
Coller ces 6 pyramides sur les faces d'un cube de même taille que le cube initial.

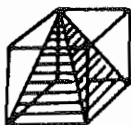
- On obtient ainsi un dodécaèdre rhombique :



En coupant un cube suivant le plan ABC on obtient une pyramide.

On peut ainsi éclater un cube en 4 telles pyramides et un tétraèdre régulier.

- Fabriquer ces 5 pièces en carton et reconstituer le cube.
- Avec 8 pyramides, réaliser un octaèdre.



Ce dessin montre une pyramide dans un cube. Le cube peut être éclaté en 3 telles pyramides.

- Les réaliser en carton et reconstituer le cube.
- En réaliser 8 ; les assembler par le trièdre trirectangle. Quel solide obtient-on ?

IV-7 Formule d'Euler

$$S + F = A + 2$$

A partir des activités précédentes, on dispose d'une collection de polyèdres qui justifie l'étude de cette égalité.

IV-8 Symétries

Réaliser des maquettes d'exposition montrant les 9 plans et les 13 axes de symétrie.

Pour le groupe du cube, voir Glaymann.

V - PATRONS DU CUBE

V-1 Avec des carrés de même taille construire un cube en scotchant suivant les arêtes. (6 faces, 12 arêtes).

Puis compter les scotch de façon à obtenir les patrons.

Combien d'arêtes à couper ? Lesquelles ?

Est-on certain d'avoir ainsi tous les patrons ?

V-2 A PARTIR des hexaminos trouver les patrons du cube.

Pour chaque patron, combien de pliages ? Combien de collages ? Repérer par des couleurs les arêtes à coller.

V-3 Patrons à languettes

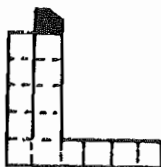


Voici un patron qui nécessite 7 languettes.

Qu'en est-il pour les autres patrons ?

Combien y-a-t-il de languettes côte à côte ?

V-4 Pliages seuls



Voici un patron qui, par pliages seuls, permet de réaliser un cube (couper suivant les traits pleins, plier suivant les pointillés, la languette noire se glisse sous une face en fin de pliage).

Rechercher d'autres patrons de ce type.

V-5 Sciages

Un cube peut être découpé en :

8 cubes par 3 coups de scie

27 cubes par 6 coups de scie

64 cubes par 9 coups de scie

et après ?

V-6 Un jeu pour 2 joueurs

Tirer au sort un patron du cube et déplacer à tour de rôle un carré de façon à obtenir un autre patron.

Exemple :



etc..

- . Combien de possibilités à chaque coup ?
- . Le perdant : celui qui ne peut plus jouer.
- . Partant d'un patron peut-on obtenir les dix autres de proche en proche ?

VI - COLORIAGES

VI-1 Empiler 27 cubes pour faire un cube. Colorier l'extérieur en rouge ; examiner le coloriage des 27 cubes.

VI-2 Colorier chaque face d'un cube soit en blanc, soit en rouge ; combien de coloriage différents ?
Idem pour les cubes ayant 3 faces blanches et 3 faces rouges ; 2 faces blanches, 3 faces rouges, 3 faces bleues ; etc..

VI-3 Nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorier un cube de façon que 2 faces ayant une arête en commun soient de couleurs différentes.

VI-4 8 cubes blancs et 2 couleurs : rouge et bleu. Il s'agit de colorier les cubes de façon qu'on puisse les empiler pour réaliser soit un cube rouge, soit un cube bleu.
Idem avec 27 cubes et 3 couleurs.

VI-5 On dispose de 6 couleurs ; chaque face est peinte avec l'une de ces couleurs. On obtient 30 coloriage distincts.
Avec ces 30 cubes, réaliser des assemblages en respectant la règle des dominos (les faces en contact ont la même couleur).
Par exemple :

- * Réaliser des pavés $1 \times 1 \times 2$ dont chaque face soit d'une seule couleur ; idem pour des pavés $1 \times 1 \times 3$.
- * Construire une tour de 6 cubes dont chacune des quatre faces latérales montre les 6 couleurs (respecter ou non la règle des dominos).
- * Assembler 8 de ces 30 cubes de façon à faire un cube en respectant la règle des dominos. Avec les 22 cubes restant peut-on faire un second cube en respectant la même règle ? Un troisième cube ?
- * Construire un cube 2^3 dont les faces opposées aient même couleur.
- * Construire un cube 2^3 dont chaque face ait 4 des 6 couleurs, les quatre couleurs en question apparaissant sur toutes les faces.

On trouvera dans Gardner d'autres suggestions.

QUE FAIRE AVEC DES CUBES A L'ECOLE MATERNELLE ?

Nous avons cherché des activités individuelles pour occuper des enfants d'Ecole Maternelle pendant que la maîtresse se consacre à d'autres travaux.

Les exercices sont classés par ordre de difficulté.

Les consignes sont données soit par des modèles réalisés par la maîtresse et exposés, soit par des fiches sur lesquelles les modèles sont dessinés en perspective.

Le matériel est un lot de cubes en bois de 2 à 4 cm d'arête et de pots de peinture de 6 couleurs différentes.

Nous avons prévu 2 types d'activités :

- 1°) des constructions de solides,
- 2°) des puzzles.

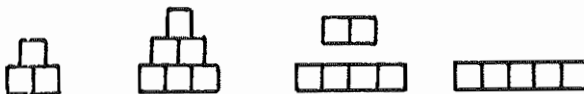
I - CONSTRUCTION DE SOLIDES

1. Construction d'escaliers

Construire des escaliers de plus en plus grands.

Découvrir la règle de croissance : la base augmente de une unité chaque fois.

- a) les enfants doivent disposer les cubes à plat, sur les schémas ci-dessous, les compléter et continuer.



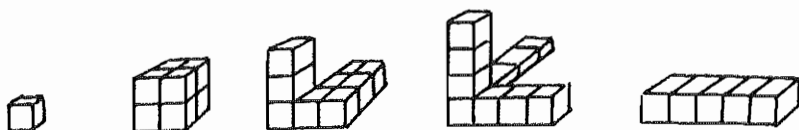
- b) les enfants doivent réaliser les mêmes escaliers verticalement.

2. Construction de cubes

Construire des cubes de dimension croissante.

Découvrir la règle de croissance.

Le maître expose dans un coin de la classe les constructions suivantes :



L'enfant doit reproduire et compléter pour obtenir les cubes des différentes tailles et éventuellement continuer.

3. Construction de pyramides

- a) Construire des pyramides de taille croissante, les différents étages sont des plaques de cubes dont le nombre est le carré des naturels impairs consécutifs.

Le maître expose les deux premières pyramides et la base de la troisième.



L'enfant doit reproduire et continuer.

- b) Le même exercice peut être fait avec des plaques dont le nombre de cubes est le carré des naturels consécutifs.

4. Construction d'escaliers à directions multiples

Cet exercice peut se dérouler comme les précédents : exposition des premiers éléments et invitation à continuer.



Pour cet exercice et éventuellement pour 3. a), l'emploi de cubes de deux couleurs est possible : 2 cubes ayant une face commune étant de couleurs différentes.

5. Construction de parallélépipèdes

Cet exercice est conçu dans le même esprit que les précédents.
On expose un pavé de $2 \times 1 \times 1$, de $3 \times 2 \times 2$.

- N.B. - Les exercices précédents peuvent avoir pour point de départ un dessin en perspective à la place de l'exposition, notamment dans la classe des grands.
- On peut aussi, en partant d'un grand solide, faire réduire en gardant les mêmes proportions.

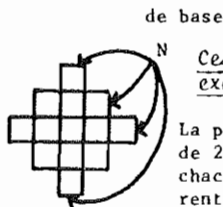
II - PUZZLES

1. Cubes

- a) Le maître réalise un grand cube avec huit petits cubes blancs. Il peint les 6 faces du cube obtenu de 6 couleurs différentes.
Les enfants démolissent le cube et le reconstituent.
- b) Le maître donne huit cubes blancs aux enfants et leur demande de peindre le nombre minimum de faces pour reproduire le grand cube de a).
- c) Les exercices a et b peuvent être repris avec un cube de 27 éléments.

2. Pyramides

a)



Ces flèches indiquent, par exemple, les faces Nord.

La pyramide ci-contre est constituée de 20 cubes identiques, peints sur chacune des faces d'une couleur différente.

Les cubes sont disposés de telle façon que les faces Sud, Nord, Est, Ouest, dessus, dessous soient chacune d'une même couleur.

- b) On peut refaire le même solide en cubes blancs, peindre tout ce qui est visible d'une couleur.

Les enfants peuvent ensuite démolir le solide et le reconstituer.

RAPPORT DU GROUPE D.

DES ACTIVITES SPATIALES DOIVENT-ELLES PRECEDER DES ACTIVITES DANS LE PLAN ?

Remarques et Arguments.

Les participants ont immédiatement constaté leur accord pour répondre OUI à cette question.

Cette réponse se fonde sur l'analyse suivante :

1.1. Constat.

- * Aussi bien dans les classes que dans les manuels, on trouve le plus souvent une progression du type : point, droite, plan, étude de quelques solides particuliers ; c'est-à-dire une approche formelle de notions géométriques.
- * La plupart des "activités géométriques" proposées aux enfants sont "contemplatives" et utilisent le plus souvent des dessins plans (feuille de papier...) au mépris de la troisième dimension.
- * En général la classe est amenée à observer un objet géométrique ; chaque enfant a rarement l'occasion d'agir sur des objets.
- * L'utilisation quasi exclusive des représentations planes laisse ouverte la porte à l'introduction d'idées fausses telles que : horizontale, verticale, etc..

1.2. Ces pratiques sont en opposition avec :

- * Le fait que l'enfant vit dans un espace à trois dimensions. A l'école élémentaire, toute approche de la géométrie, qui est une démarche d'abstraction, devrait partir de cet espace vécu, dans le but de le structurer.
- * La nécessité, pour l'enfant, de préparer toute formalisation par une action sur le réel.

1.3. Ne lisons-nous pas dans le programme de 1970 et les commentaires :

* C.E. 2° Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques

Tracés, découpages, pliages.
Cube, carré, rectangle, triangle
Quadrillages.

* C.M. 2° Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques

Bande, parallélogramme (et ses cas particuliers), triangle.
Disque, cercle.
Pavé (parallélépipède).

* Commentaires du programme

Deuxième Partie : Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.

L'espace physique et les objets qui le peuplent fournissent une matière sur laquelle la pensée mathématique a bien des occasions de s'exercer. Ces exercices doivent, en même temps, aider l'enfant à s'adapter à ce milieu. Ils font appel, non seulement à l'observation mais aussi à l'activité manuelle qui soutient, complète l'observation et l'étude des situations et des choses. L'enfant doit acquérir le goût de travaux manuels : tracer, dessiner, plier, découper pour construire. L'emploi des instruments (règle, équerre, compas..) pour la réalisation de ces constructions développera l'habileté et le soin.

On se devra de proposer aux enfants des thèmes et des buts d'activité à leur mesure et conformes à leur intérêt.

Il y aura souvent avantage à réaliser ces exercices en équipes.

Les démarches mathématiques porteront, comme dans le domaine numérique, sur la découverte de propriétés, les classements selon telle ou telle propriété, l'étude de relations sur un objet ou entre des objets.

On reconnaît :

Que deux lignes droites sont perpendiculaires ou forment un angle droit par un pliage convenable ou à l'aide de l'équerre ;

Que deux lignes droites sont parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre ;

Qu'un polygone découpé dans du carton épais et rigide est convexe par exemple en l'entourant d'un élastique et constatant que cet élastique est en contact avec tous les sommets.

Pour un polygone, on peut s'intéresser aux propriétés suivantes : convexité, nombre de côtés, nombre de sommets, longueur de côtés, existence de côtés parallèles, etc.

Les enfants ayant construit différents polygones, ils pourront les classer selon l'une ou l'autre de ces propriétés : ainsi, s'il s'agit de quadrilatères, ils distingueront par exemple, les parallélogrammes et, parmi ceux-ci, les rectangles, les losanges. Ils découvriront ainsi que les carrés sont les quadrilatères qui ont la propriété d'être à la fois des rectangles et des losanges.

Une autre direction de travail peut être la fabrication de plans : plan de la classe, de la cour de l'école, du quartier, etc. Chez les enfants les plus jeunes, on peut s'intéresser surtout à la disposition des objets les uns par rapport aux autres. L'utilisation des mesures permettra ensuite l'exécution de plans à une échelle donnée.

Le repérage sur une droite ou sur un quadrillage pourra servir de thème à des exercices divers.

Pour un polyèdre (tétraèdre, cube, parallélépipède, prisme, etc.), on pourra s'intéresser à la nature des faces, à leur nombre, au nombre des sommets, à celui des arêtes, à leur disposition relative.

Les résultats de ces recherches seront utilisés par les enfants en travail manuel pour construire de tels objets géométriques, en carton par exemple.

- 1.4. Des expériences réalisées dans diverses classes (voir ci-dessous) montrent, de plus, que ces activités (au niveau de l'espace) sont pratiquées avec un plaisir évident par les enfants.

TROIS EXPERIENCES

2.1

2.2. (Voir pages suivantes).

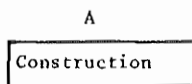
2.3.

2.1. DIFFERENTS POINTS DE VUE SUR UN ASSEMBLAGE D'OBJETS.

Origine de l'Expérience.

Dans un cours élémentaire, l'an dernier, à Rosny s/Bois, nous assistons à une violente discussion entre deux enfants A et B placés face à face, de part et d'autre d'une construction en pots de yaourt.

Chacun a dessiné la construction telle qu'il la voyait de sa place et n'admet pas le dessin de son camarade.



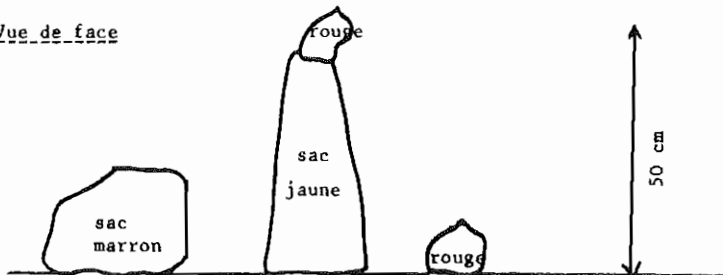
B

Devant cette incompréhension, nous décidons de faire l'observation sur une classe entière dans une situation analogue. Nous nous inspirons de l'expérience "des 3 montagnes" relatée par Piaget (1). Nous travaillons avec deux classes de C.M. 1.

Dispositif

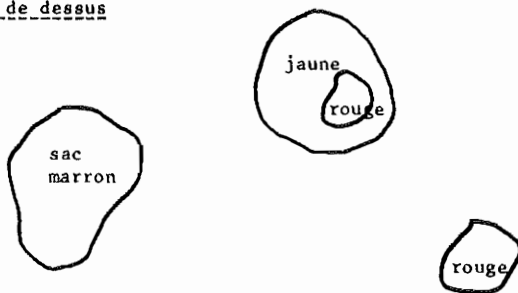
Pour éviter toute difficulté de représentation, nous utilisons quatre sacs assez informes : un gros sac marron (M) genre sac à pommes-de-terre, un sac jaune assez haut (J), et deux petits sacs rouges (R). Durant la récréation, nous les disposons sur le bureau, comme l'indiquent les deux schémas,

Vue de face

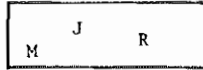


. C

Vue de dessus

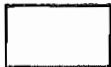
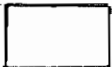
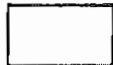
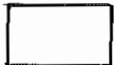
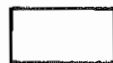
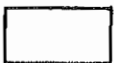


. C



A.

Bureau avec les 4 sacs



Déroulement

Les enfants entrant en classe, circulent autour du bureau, observent les sacs et vont s'asseoir.

1ère consigne : la maîtresse demande que chacun dessine les sacs, comme il les voit de sa place, sans s'occuper des détails.

. les enfants dessinent

. la maîtresse affiche quelques dessins caractéristiques ; comparaisons, vérifications, discussion ; les enfants concluent que "de chaque place, on voit les sacs différemment".

2ème consigne : la maîtresse place une petite poupée latéralement en A, et demande aux enfants de dessiner "ce que voit la poupée".

. les enfants dessinent

. Voici une analyse sommaire des dessins :

POSITION RELATIVE des sacs "J" et "M"			SAC ROUGE POSE sur le bureau			
J à gauche de M (correct)	J derrière M	J à droite de M (faux)	caché	contre le marron	visible et séparé de M	
e B	3	6	15	5	12 indécis	6
e D	1	6	16	1	1	21

. la maîtresse affiche deux dessins très différents ; comparaison, discussion ; les enfants vont observer de la place de la poupée, à tour de rôle.

. dans l'une des classes (D), la maîtresse demande aux enfants revenus à leur place, de faire un nouveau dessin, du même point de vue. Les résultats sont alors :

:	:	:	:	:	:	:
:	9	:	6	:	8	:
:	:	:	:	:	6	:
:	:	:	:	:	10	:
:	:	:	:	:	6	:
:	:	:	:	:	:	:



Presque tous les enfants ont amélioré leur dessin, au moins pour l'un des sacs, après avoir "vu". Mais pour beaucoup l'observation a été trop rapide.

3ème consigne : la poupée est en "C". Dessiner ce qu'elle voit.

	ORDRE R, J, M			ORDRE M, J, R	
	Correct	MRJ		Faux	
<u>Classe B</u>	6	+	4	1	8
	— après ratures —				
<u>Classe D</u>	4		4		14

Beaucoup d'enfants pour dessiner de leur place, amorçaient un demi-tour pour mieux imaginer les sacs, comme si le mouvement les aidait.

4ème consigne : la poupée est en hélicoptère, au-dessus du bureau ; dessiner ce qu'elle voit.

	 Correct	 Faux	
<u>Classe B</u>	13	3 ambigus	7
<u>Classe D</u>	12		11

Conclusion

L'enfant isolé n'imagine pas spontanément d'autre point de vue que le sien. Mais le groupe d'enfants en confrontant les différents points de vue de ses membres instruit chacun d'eux.

L'expérience est irremplaçable en ce domaine.

2.2. APPROCHE DES PROJECTIONS

Compte-rendu d'une expérience faite au C.E.2 de Rosny s/Bois (Mai 1974).

Cette expérience se propose :

- * de permettre à l'enfant de prendre conscience de la relativité des points de vue.
- * de parvenir à une mise en relation de l'objet "en volume" et de sa projection sur un ou plusieurs plans, après manipulations et constructions permettant un véritable auto-contrôle.

Matériel

"Boîtes à lettres" (jouets éducatifs)
Matériels structuraux (Nathan)
Cubes ASCO
Structures lumineuses (Colin Bourrelier)
Baguettes de bois à section carrée (15mm 15)
Différents objets (piles, bobines, etc..)
Boîtes à chaussures
Cartons, papier quadrillé (15mm 15)
Ciseaux, crayons de couleurs, etc..

Méthode

1ère étape : construction et reconnaissance de la projection d'un objet sur un plan.

On part d'un jeu familier de la petite enfance : la "Boîte à lettres".
Après manipulations, les enfants trouvent d'eux-mêmes les contraintes du jeu :

- le choix du trou
- l'orientation de l'objet
- la façon de le faire glisser

Ces contraintes dirigent la suite de l'expérience : successivement, les enfants fabriquent (avec les boîtes à chaussures) d'autres boîtes à lettres

- pour les objets précédents orientés différemment
- pour d'autres objets diversement orientés.

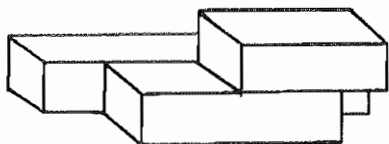
Ce travail effectué par équipes est suivi de courtes séances de travail individuel (destinées à contrôler l'efficacité des précédentes séances) :

Le matériel consiste en assemblages de baguettes de bois à section carrée dont il faudra :

- reconstruire les différentes projections (en hachurant les carreaux d'une feuille quadrillée, ensuite découpée)

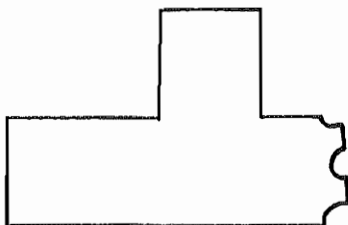
- choisir parmi plusieurs projections (dont certaines sont fausses) celles qui correspondent à telle ou telle direction de l'objet.

(voir feuille annexe)



2ème étape : construction d'un objet dont on donne une projection.

L'intérêt de ce problème, lié au précédent, est que, à l'inverse, il offre une multiplicité de solutions. Les enfants utilisent les cubes ASCO et construisent les objets correspondant à la projection dont on leur a donné le dessin (autre matériel : les structures lumineuses).



La pluralité des solutions met l'accent sur le fait que l'on oublie trop souvent : une représentation plane est un appauvrissement de la réalité. Elle ne saurait d'ailleurs être vraiment "représentation" qu'à la suite d'une démarche de simplification et d'abstraction..

3ème et 4ème étapes : construction des projections simultanées d'un objet sur trois plans et construction d'un objet dont les trois projections sont données.

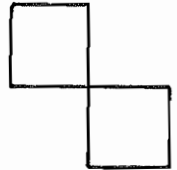
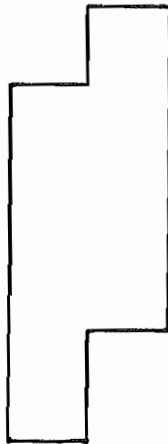
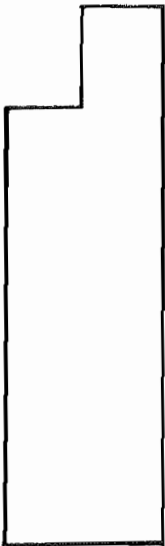
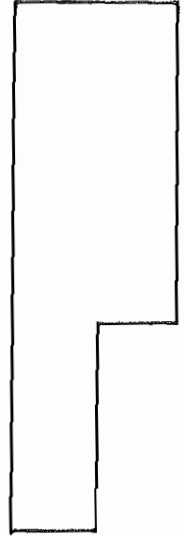
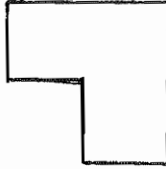
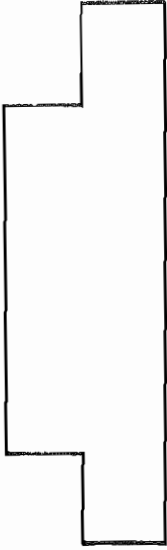
- Des coins découpés dans des boîtes en carton formant trois plans sur lesquels seront construites et découpées les projections simultanées de l'objet.

- Le matériel de cubes utilisé antérieurement sert pour la reconstruction d'objets d'après leurs projections simultanées. (La pluralité des constructions possibles est encore mise en évidence mais à un degré moindre que lorsqu'il n'y a qu'une seule projection. L'enfant peut alors comprendre que la connaissance d'un objet est d'autant plus précise que sont nombreux les points de vue coordonnés de cet objet).

(pour complément d'informations, voir notice OFRATHEME.
Atelier de pédagogie.

"DU PASSE MURAILLE AUX PROJECTIONS. 22 janvier 1975).

OBJET C



2.3. COMPTE RENDU D'ACTIVITES GEOMETRIQUES DANS UNE CLASSE A QUATRE NIVEAUX (CE₁- CE₂ - CM₁ - CM₂)

Ces activités se sont déroulées sur deux trimestres, en gros.
Les différentes séances avaient lieu tous les lundis matin.

1ER Temps

Observations d'objets.

Durée : 6 séances.

Mode de travail : par groupes de niveaux avec échanges fréquents d'un groupe à l'autre.

Matériel : à chaque groupe était distribué un abondant matériel d'observation essentiellement constitué d'objets usuels de récupération. A cela s'ajoutait papier, crayons, règles, etc..

Exemples d'objets distribués aux enfants :

Boîtes parallélépipédiques avec ou sans couvercle, de tailles et d'allures diverses ; boîtes de camembert, de Bourseault, de Six de Savoie ; bouteilles de sirop ; boîtes de lait diverses ; cylindres de carton ; flacons ; tubes de médicament ; ballons, anneaux de plage ; cubes en plastique dur ou souple ; fossiles, coquillages ; cailloux ; masses marquées, etc..

Attitude pédagogique du maître :

aussi libérale que possible : peu de consignes étaient données ; le maître parcourait les différents groupes en participant à la recherche des enfants sans donner de contraintes, mais en s'efforçant que les enfants s'expriment au maximum oralement et par écrit.

LES PREMIERES SEANCES

Exploration et classification du matériel.

Après une rapide phase de simple reconnaissance des objets consistant à leur donner un nom et à en reconnaître les fonctions, une classification est entreprise dans chaque groupe.

* Les plus jeunes entreprennent un classement par "tailles" croissantes.

Après de nombreuses discussions, contestations, les enfants se rendent compte que le critère choisi pose des problèmes : va-t-on décider que la règle en bois est plus grande que le cube en plastique (8cm d'arête) ? Elle est "plus longue" mais "moins haute".

Il est donc décidé d'adopter la hauteur comme critère de classement en décidant en commun la façon dont tel objet sera posé sur la table.

Ce mode de classement ne va guère plus loin.

* Les autres, sans doute déjà influencés par des activités géométriques antérieures décident un classement "par forme".

Ce critère reste très vague au début et revient à séparer en gros les objets à "forme géométrique" (suivant le sens conventionnel) des autres objets qualifiés rapidement d'"irréguliers".

Mais bientôt les enfants tentent d'affiner ce classement en distinguant dans la première catégorie : "objets ayant des faces plates" et "objets ayant des faces arrondies".

On obtient alors un début de classification suivant le tableau :

OBJETS AYANT des faces plates	OBJETS AYANT des faces arrondies	OBJETS IRREGULIERS
- Cubes - Boîtes à chaussures - Boîte de Six de Savoie	- Ballons - Anneaux	- Cailloux - Coquillages

Mais rapidement, se pose le problème concernant de nombreux objets : bouteilles de sirop Teisseire, crayons, boîtes de Camembert, flacons qui peuvent aussi bien être situés dans la première que dans la deuxième catégorie.

* Quelques remarques sur certains objets :

la boîte de Camembert avait été mise dans la deuxième catégorie, "parce que c'est rond comme le ballon" dit un enfant. Vive protestation de certains qui ne parviennent cependant pas à formuler la différence existant entre les deux objets. Au bout d'un moment, l'un d'entre eux signale : "Quand on fait rouler la boîte de Camembert, à la fin elle tombe ; le ballon, lui, ne tombe jamais après avoir roulé". Un autre déclare : "La boîte de Camembert par rapport au ballon c'est comme le carré par rapport au cube". En fin de compte les enfants décident de modifier leur classement :

1ère catégorie : objets n'ayant que des faces plates.

2ème catégorie : objets ayant des faces plates et des faces arrondies.

3ème catégorie : objets à faces arrondies.

4ème catégorie : objets irréguliers.

Les enfants constatant que tout objet se place bien sont alors satisfaits de ce classement.

LES SEANCES SUIVANTES

Etude de relations entre les faces d'objets.

A la suite de ces activités de classement, une discussion entre les élèves et le maître aboutit à la décision d'étudier quelques relations entre les faces de certains objets.

Cette étude consistera essentiellement à établir des diagrammes cartésiens (ou "tables de vérité" selon le vocabulaire utilisé dans la classe).

Les plus grands ont déjà dressé de tels tableaux, les plus petits apprennent à le faire au cours de l'activité.

1. Les parallélépipèdes :

L'étude commence par celle des parallélépipèdes.

- Désignons par P_1 un parallélépipède dont toutes les faces sont des rectangles quelconques.

P_2 est un parallélépipède à 2 faces carrées. P_3 est un cube.

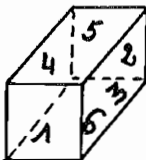
- Les relations étudiées sont (entre les faces) :

R_1 : est "égale" à
 R_2 : est "à côté" de (mots employés par les enfants).
 R_3 : est "en face" de

Pour étudier ces relations les enfants décident de numéroter les faces (rappelons que ceci se fait au sein de chaque groupe).

Nous n'entrons pas ici dans les détails concernant les problèmes posés par cette numérotation.

Adoptons ici la numérotation suivante :



Dans le cas du parallélépipède P_2
1 et 2 désigneront les faces carrées.

Le tableau de la page suivante reproduit les diverses tables de vérité obtenues.

Notons que certains problèmes se sont posés au sujet de la réflexivité (le mot n'étant pas prononcé, évidemment).

Le plus souvent R_1 a été admise comme réflexive, R_2 et R_3 non réflexive.

	P_1	P_2	P_3																																																																																																																														
R_1	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	1	1	0	0	0	2	1	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	4	0	0	1	1	0	5	0	0	0	0	1	6	0	0	0	0	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	1	1	0	0	0	2	1	1	0	0	0	3	0	0	1	1	1	4	0	0	1	1	1	5	0	0	1	1	1	6	0	0	1	1	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	1	1	0	0	0																																																																																																																												
2	1	1	0	0	0																																																																																																																												
3	0	0	1	1	0																																																																																																																												
4	0	0	1	1	0																																																																																																																												
5	0	0	0	0	1																																																																																																																												
6	0	0	0	0	1																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	1	1	0	0	0																																																																																																																												
2	1	1	0	0	0																																																																																																																												
3	0	0	1	1	1																																																																																																																												
4	0	0	1	1	1																																																																																																																												
5	0	0	1	1	1																																																																																																																												
6	0	0	1	1	1																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	1	1	1	1	1																																																																																																																												
2	1	1	1	1	1																																																																																																																												
3	1	1	1	1	1																																																																																																																												
4	1	1	1	1	1																																																																																																																												
5	1	1	1	1	1																																																																																																																												
6	1	1	1	1	1																																																																																																																												
R_2	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	0	1	1	1	2	0	0	1	1	1	3	1	1	0	0	1	4	1	1	0	0	1	5	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	0	1	1	1	2	0	0	1	1	1	3	1	1	0	0	1	4	1	1	0	0	1	5	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	0	1	1	1	2	0	0	1	1	1	3	1	1	0	0	1	4	1	1	0	0	1	5	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	0
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	0	1	1	1																																																																																																																												
2	0	0	1	1	1																																																																																																																												
3	1	1	0	0	1																																																																																																																												
4	1	1	0	0	1																																																																																																																												
5	1	1	1	1	0																																																																																																																												
6	1	1	1	1	0																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	0	1	1	1																																																																																																																												
2	0	0	1	1	1																																																																																																																												
3	1	1	0	0	1																																																																																																																												
4	1	1	0	0	1																																																																																																																												
5	1	1	1	1	0																																																																																																																												
6	1	1	1	1	0																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	0	1	1	1																																																																																																																												
2	0	0	1	1	1																																																																																																																												
3	1	1	0	0	1																																																																																																																												
4	1	1	0	0	1																																																																																																																												
5	1	1	1	1	0																																																																																																																												
6	1	1	1	1	0																																																																																																																												
R_3	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	4	0	0	1	0	0	5	0	0	0	0	1	6	0	0	0	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	4	0	0	1	0	0	5	0	0	0	0	1	6	0	0	0	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	5	6	1	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	4	0	0	1	0	0	5	0	0	0	0	1	6	0	0	0	1	0
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	1	0	0	0																																																																																																																												
2	1	0	0	0	0																																																																																																																												
3	0	0	0	1	0																																																																																																																												
4	0	0	1	0	0																																																																																																																												
5	0	0	0	0	1																																																																																																																												
6	0	0	0	1	0																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	1	0	0	0																																																																																																																												
2	1	0	0	0	0																																																																																																																												
3	0	0	0	1	0																																																																																																																												
4	0	0	1	0	0																																																																																																																												
5	0	0	0	0	1																																																																																																																												
6	0	0	0	1	0																																																																																																																												
1	2	3	4	5	6																																																																																																																												
1	0	1	0	0	0																																																																																																																												
2	1	0	0	0	0																																																																																																																												
3	0	0	0	1	0																																																																																																																												
4	0	0	1	0	0																																																																																																																												
5	0	0	0	0	1																																																																																																																												
6	0	0	0	1	0																																																																																																																												

La comparaison des différents tableaux a permis aux enfants de faire un certain nombre d'observations intéressantes, et disons même de prises de conscience.

La relation R_1 est apparue comme particulière, dans la mesure où c'est la seule qui donne des diagrammes distincts pour les trois types de parallélépipèdes. Le mot "égal", employé ici par eux, l'était dans un sens vague signifiant pour eux superposable. Notons que le tableau obtenu pour P_2 leur a permis de réaliser la particularité de ce parallélépipède qu'ils n'auraient pas vue s'ils n'avaient pas eu le tableau à faire : des embryons d'explications sont apparus :

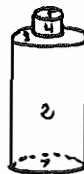
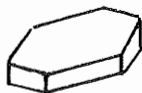
"les rectangles 3 et 5 sont égaux parce que leurs côtés sont égaux dans les carrés 1 et 2".

R_1 est complémentaire de R_2 pour P_1 mais pas pour P_2 ni pour P_3 .

2. Autres solides :

L'emballage des "Six de Savoie" (à huit faces) donna lieu lui aussi à des tableaux.

Les enfants voulurent faire aussi des tableaux pour la bouteille de sirop :



On décida qu'il y avait 5 faces.

Le tableau de la relation "est en face de" fut le suivant :

	1	2	3	4	5
1			1		1
2		1			
3	1				1
4				1	
5	1		1		

La courbure des faces 2 et 4 leur faisait admettre qu'elles étaient en face d'elles-mêmes.

Certains élèves ont ébauché une étude sous forme de tableaux du parallélisme des arêtes de certains solides mais furent découragés devant

le nombre de cases à remplir.

2EME Temps

Création d'objets (4 séances : 2 consécutives puis plus tard 2 autres consécutives).

À la suite de cette série d'observations, le maître a proposé aux enfants une nouvelle série d'activités mettant en jeu la motricité (sous forme de travail manuel) et la créativité des enfants. Deux ateliers furent créés, l'un de pâte à modeler, l'autre de carton, les élèves des différents niveaux étant brassés.

Aucune consigne à la première séance : "faites ce que vous voulez".

Au cours de la deuxième séance les élèves avaient permuté et ils avaient pour consigne d'essayer de refaire avec le nouveau matériau ce qu'ils avaient fait avec celui de la semaine précédente.

Les deux autres séances, qui ont eu lieu plus tard dans l'année, ont été consacrées à fabriquer des objets en plâtre.

Le travail du carton et de la pâte à modeler.

Les productions des enfants au cours de ces deux séances ont été variées et intéressantes. Bien sûr, certains ont fabriqué en pâte à modeler des animaux, bonshommes, bateaux et autres figurines. Il est naturel que les

productions en carton aient été plus utilisables sur le plan géométrique. Néanmoins les interventions du maître auprès de chaque élève individuellement ont permis à ceux-ci d'exprimer, dans tous les cas, quels procédés, quelles manipulations ils effectuaient pour engendrer les objets qu'ils fabriquaient :

- comment fais-tu pour faire ce cylindre en pâte à modeler ?
- je la roule sur la table.
- de quelle façon ?
- j'avance et je recule ma main.
- Comment fais-tu pour faire cette boule ?
- je la roule en tournant la main sur la table.

Un élève décida de faire un cube en pâte à modeler. Il utilisa pour ce faire un couteau. Après avoir engendré une surface plane dans son pain de pâte à modeler avec son couteau, il dessina sur ce plan un carré avec la pointe du couteau après avoir pris des mesures au double décimètre. Puis il découpa le long du carré et ainsi de suite jusqu'à obtention d'un cube.

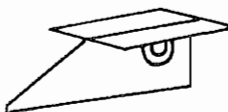
Néanmoins il s'estima peu satisfait du résultat qui serait "bien plus juste", selon lui, avec du carton. Le carton donna lieu à la construction d'objets divers : maisons en forme de parallélipèdes ou de cubes qui permirent un rappel des activités antérieures.

A signaler plus particulièrement :

- * Une grande fusée cylindrique avec un cône terminal :

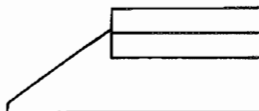
Le maître souligna que cet objet à faces arrondies avait été obtenu à partir de feuilles de carton plates.

- * Une fusée type "fléchette" qui avait l'allure suivante :

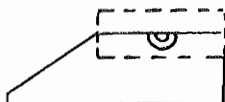


On obtenait enfin un objet trapézoïdal, chose rare dans les objets d'usage courant et qui permit une intéressante étude sur le parallélisme. Mais le problème immédiat qui se posait était la description de l'objet et le maître demanda que l'enfant en fasse un dessin au tableau.

Voici ce que cela donna :



Mais un autre fit remarquer qu'on ne voyait plus la cocarde que l'enfant avait dessinée sur l'objet.
L'auteur de la remarque proposa le dessin suivant :



Le maître demanda aussitôt pourquoi il avait fait un pointillé.
L'élève donna trois réponses successives après des temps de silence :

- pour qu'on voit la cocarde,
- parce que c'est pas dans le même plan,
- parce qu'il y a un angle.

- * Un papillon obtenu par pliage-découpage, objet qui fut l'occasion d'un travail sur la symétrie.

Il est très important de souligner ici la liberté des élèves dans leurs réalisations, les interventions du maître ne venant que pour demander des précisions ou pour en apporter à propos des objets spontanément réalisés par les enfants.

Notons aussi que, volontairement, aucune notion nouvelle n'a été apportée par le maître au cours de cette activité : seules furent utilisées les observations des enfants.

Le travail du plâtre.

Les objets en pâte à modeler fabriqués par les enfants se sont vite avérés "périssables" et se ramollissaient au cours des semaines qui ont suivi cette activité.

Les enfants étaient donc motivés pour en faire de plus solides et le plâtre s'est avéré un matériau intéressant.

Sans décrire longuement cette activité, indiquons les diverses possibilités d'étude :

- * Reproduction d'un objet (ex : pièce de monnaie) par moulage en pâte à modeler (observation du moulage) et tirage au plâtre (comparaison du tirage avec le moule et l'original).
- * Reproduction d'un objet en pâte à modeler par réalisation d'un moule en plâtre (recherche du "plus petit moule possible" dans le cas où sa forme extérieure est parallélipédique).
- * Fabrication directe d'un moule en pâte à modeler pour faire un bonhomme ou un animal en plâtre (problèmes de concavité).

etc..

3EME Temps

Quelques exploitations effectuées ou à effectuer :

* Etude du parallélisme :

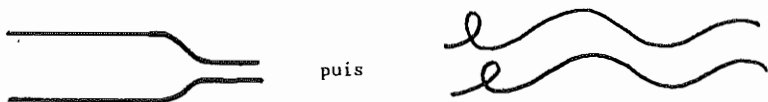
Le parallélisme avait déjà été abordé à propos des arêtes de certains solides.

Une étude plane du parallélisme a été faite avec la fusée trapézoïdale. Au début de cette étude, les enfants ne voulaient pas admettre le parallélisme des deux bases du trapèze. Ils n'avaient en effet étudié antérieurement le parallélisme que dans des parallélogrammes, et, pour eux, deux lignes, pour être parallèles, devaient avoir la même longueur.

Après avoir discuté entre eux, compulsé un dictionnaire, les enfants se sont mis d'accord entre eux pour dire que des lignes parallèles étaient des lignes qui avaient la "même direction" (le maître a laissé faire pour voir où les enfants aboutiraient).

Ceux-ci ont alors exprimé le désir d'étudier le parallélisme sur des lignes courbes.

Au début ils proposaient les figures suivantes en exemples :



lignes obtenues en tenant deux crayons pour dessiner les 2 lignes.

Non satisfaits de cela ils ont proposé de tracer des lignes d'"écartement" constant si bien que l'on s'est trouvé en face de deux types de parallélisme :

- celui des rails du chemin de fer (écartement constant suivant une normale commune),
- celui des fils du téléphone (écartement constant suivant une direction donnée).



Ils ont noté que le parallélisme de lignes droites répondait aux deux types en même temps.

N.B. Se méfier néanmoins des lignes courbes : avec un parallélisme du

premier type les lignes suivantes seraient parallèles

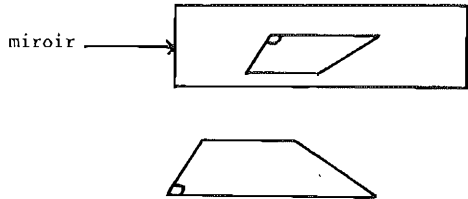


* Etude de symétries.

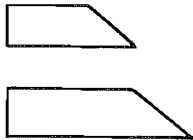
Les objets fabriqués ont été plus ou moins classés suivant qu'ils présentaient ou non des "allures symétriques".

Le fait d'avoir des objets tels que la fusée trapézoïdale, ne présentant pas d'axe de symétrie, a permis d'étudier l'image donnée par un miroir de cet objet.

Le maître avait demandé aux enfants de dessiner ce qu'ils voyaient :



8 sur 10 ont dessiné ceci :



On constate un redressement de l'image donnée par le miroir, mais l'enfant traduit par un rétrécissement la perception de l'image du trapèze donnée par le miroir plus lointaine que l'objet lui-même.

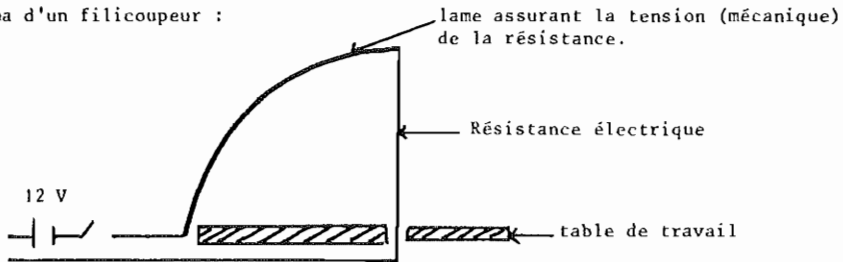
3. PROLONGEMENTS ET AUTRES ACTIVITES

3.1. SECTIONS PLANES

3.1.1. SECTIONS DE SOLIDES

- Matériel utilisable :
- pâte à modeler, terre
 - plâtre frais
 - polystyrène (découpé au filicoupeur, cf. schéma).
 - cire à bougie
 - pomme-de-terre....

Schéma d'un filicoupeur :



Quelques exemples :

(I) Avec un parallélépipède :

En coupant un parallélépipède par différents plans on obtient une famille de polygones (du triangle à l'hexagone en passant par les divers parallélogrammes).

On peut, à partir de là, réaliser une approche ou une révision de certains polygones plans, en particulier les quadrilatères.

(II) Avec une sphère :

On obtient toujours des cercles.

En débitant une sphère en rondelles qu'on colorie, on peut déboucher sur :

- des notions de symétrie (coloriages symétriques)
- de grands cercles (équateur)

On pourra ensuite poser le problème de la reconstitution de la sphère.

(III) Avec un cylindre ou un cône :

Vers l'ellipse et autre coniques....

3.1.2. LIEN AVEC D'AUTRES ACTIVITES

Ces activités peuvent être prolongées par (ou mises en parallèle avec d'autres travaux) :

- ombres
- projections.

On remarquera notamment :

- qu'un objet a plusieurs ombres ou projections.
- qu'à une ombre (ou une projection) donnée correspondent plusieurs objets

3.2. DEVELOPPEMENTS ET RECONSTITUTION DE SOLIDES (pour mémoire).

Fournissent un thème de recherche intéressant.

Par exemple on a pu constater que, dans un C.M., les enfants travaillant en groupes ont trouvé en une seule séance les onze patrons du cube.

Autre exemple : cylindres, cônes, troncs de cônes, tétraèdres..... solides pouvant être matérialisés aussi par leurs arêtes (fil de fer).

3.3. QUELQUES PROPOSITIONS D'EXERCICES SUR LA SYMETRIE PAR RAPPORT A UN PLAN.

* AVEC DE JEUNES ENFANTS (jusqu'au C.E.1 par exemple).

- Une construction en cubes, ne présentant pas de caractères de symétrie, étant donnée, si on demande à un enfant de construire à côté la même chose, il arrive que l'enfant fasse une construction symétrique de la précédente.

Il est intéressant de tenter à ce niveau une première comparaison des deux objets.

- Utiliser la gestualité de l'enfant est une source de nombreux exercices en particulier en se servant d'un miroir.

exemple : . un enfant E1 est devant un miroir, un autre E2 à côté.
E1 doit effectuer un certain nombre de gestes, E2 doit faire des gestes analogues à ceux qui sont faits par l'image de E1.

- . Deux enfants E1 et E2 se font face : E2 doit faire les gestes de E1 comme s'il était son image dans le miroir.

* AVEC DES ENFANTS PLUS AGEES (à partir du C.E.2).

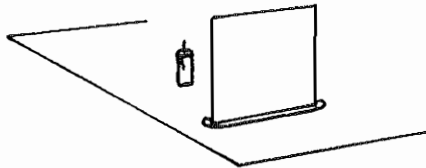
- Toujours avec une construction asymétrique en cubes.
On dispose de miroirs montés sur un support de façon à ce qu'ils soient bien verticaux, ainsi que de vitres de mêmes dimensions montées de la même manière.

Voici quelques exercices progressifs que l'on peut faire avec ce matériel :

Exercice 1 : une vitre, 2 bougies.

Disposer le matériel de la façon suivante :

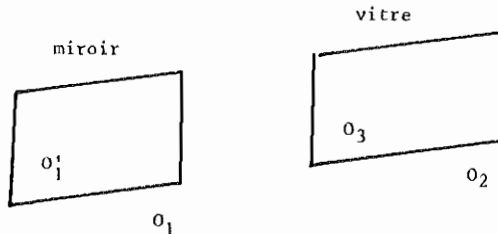
observatrice



L'autre bougie étant allumée, il s'agit de l'amener devant la vitre à une place telle qu'on ait l'illusion de voir la bougie située derrière allumée.

Exercice 2 : un miroir, une vitre, 2 objets identiques, asymétriques en cubes.

On dispose le miroir et la vitre côte-à-côte et les deux objets, l'un devant la vitre, l'autre devant le miroir. Il s'agit de fabriquer un objet en cubes qui, placé derrière la vitre, présentera le même aspect que l'image donnée par le miroir.



O_1 : objet en cubes

O_2 : objet identique

O'_1 : image de O_1 dans le miroir

O_3 : objet construit par l'enfant.

Exercice 3 : un miroir, un objet devant le miroir.

Il s'agit de reproduire un objet analogue à l'image de l'objet vue dans le miroir, analogie constatée par déplacements de l'observateur qui lui permettent de voir tantôt l'image du miroir, tantôt l'objet construit par l'enfant.

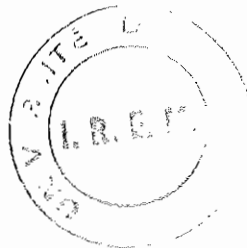
Exercice 4 : Même exercice sans miroir (avec éventuellement une simple vitre à la place).

BIBLIOGRAPHIE

1. PIAGET ET INHELDER . "La représentation de l'espace chez l'enfant"
2. REVUE A.R.P. 27, avenue du 11 Novembre - 92190 - MEUDON.
3. 3EME SEMINAIRE Galion (CEDIC)
4. SAUVY . "L'enfant à la découverte de l'espace" (Casterman)
"L'enfant et les géométries" (Casterman)
5. LAURENDEAU-PINARD . "Les premières notions spatiales de l'enfant".
(Delachaux-Niestlé)
6. "De l'espace corporel à l'espace écologique" (PUF - "Psychologie d'aujourd'hui")
7. Emission T.V. : "Du passe-muraille aux projections" et le commentaire d'accompagnement.

LISTE DES PARTICIPANTS

- | | |
|--------------------|---|
| A. BRUNNER-JONEAUX | (PEN - Psycho-pédagogie - Aix-en-Provence - 13) |
| R. CHARNAY | (PEN - Mathématiques - Bourg-en-Bresse 01) |
| S. DELON | (PEN - Mathématiques - Le Bourget 93) |
| A. HUGON | (IREM - Nice 06) |
| D. PICHOD | (IREM - Psychologue - Lyon 69) |
| O. RENAUT | (PEN - Mathématiques - Dijon 21) |
| C. RIMBAULT | (PEN - Mathématiques - Saint-Brieux 29) |



RAPPORT DU GROUPE F.

Animatrice : M.T. CHABROULET.

GEOMETRIE ET TRAVAIL MANUEL.

Le groupe a fort apprécié la participation de trois professeurs de travail manuel et la présentation de nombreuses réalisations qui lui ont permis de faire un travail positif.

Parmi les participants, un professeur de travail manuel et un professeur de mathématiques travaillent déjà en étroite collaboration dans le cadre de l'I.R.E.M. de Nancy, ailleurs la collaboration est plus récente, plus ponctuelle ou inexistante.

Des travaux de ce groupe, vont sortir des documents à diffuser largement surtout, auprès des instituteurs. Bien que ces documents ne fournissent pas une progression pédagogique, ils proposent des activités manuelles pouvant conduire soit à l'approche de certaines notions mathématiques, soit à leur utilisation. Par la suite, il serait souhaitable de reprendre ces documents pour fouiller davantage l'exploitation mathématique. Le temps nous a manqué à l'Alpe d'Huez.

Voici la liste des documents qui seront disponibles d'ici un mois, ils ont été rédigés soit à l'Alpe d'Huez par des sous-groupes, soit individuellement par certains participants :

- fils tendus
- symétrie axiale plane
- travaux géométriques à partir de la cocotte en papier
- origamis
- construction simple et à peu de frais de circuits électriques.

A tous les collègues qui souhaitent se renseigner sur les activités manuelles, je recommande :

"Comment Pratiquer Les Activités Manuelles Educatives
à l'Ecole Maternelle et à l'Ecole Élémentaire".

Ouvrage collectif, réalisé par une équipe de professeurs d'éducation manuelle des écoles normales de France, et édité par le C.R.D.P. de Marseille au prix de 15 F.

GROUPE G.

GEOMETRIE ET ACTIVITES ARTISTIQUES

- A** - LISTE NON EXHAUSTIVE DES ACTIVITES.
- B** - BIBLIOGRAPHIE.
- C** - PAPIER DECOUPE - TANGRAM.
- D** - PUZZLES ET ROSACES.
- E** - ANALYSE DES NOTIONS MATHÉMATIQUES SOUS-JACENTES AUX DIVERSES ACTIVITES.
- F** - INTERET D'UTILISER DES SYSTEMES MATHÉMATIQUES POUR UNE CREATION ARTISTIQUE.
- G** - MUSIQUE, MATHÉMATIQUE ET DESSIN.

RAPPORT DU GROUPE G.

GEOMETRIE ET ACTIVITES ARTISTIQUES

A - LISTE NON EXHAUSTIVE DES ACTIVITES

I - POINT DE DEPART A SUPPORT MATHEMATIQUE.

a) TRIANGLE DE PASCAL

1					
1	5				
1	4	10			
1	3	6	10		
1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1	1

Exemple : on travaille modulo 3, sur les nombres x inscrits dans les cases.

3 couleurs : rouge, bleu, blanc.

si $x \equiv 0 \pmod{3}$ la case est blanche,

si $x \equiv 1 \pmod{3}$ la case est rouge,

si $x \equiv 2 \pmod{3}$ la case est bleue.

b) TABLES DE PYTHAGORE finies de lois de composition internes.

Chaque élément est représenté par une couleur.

c) PUZZLES constitués à partir d'objets obtenus par dénombrement.

Exemples :

pentaminos	}	réseaux à maille carrée
hexaminos		
hexatriangles	}	réseaux à maille triangulaire.
heptatriangles		

d) FILS TENDUS (programmation sur ordinateur).

e) PAVAGES

On constitue un pavage d'un plan à l'aide d'une figure géométrique simple (triangle, hexagone, parallélogramme...). On découpe des morceaux de la figure utilisée et on les replate autour de cette dernière de telle sorte que la figure ainsi obtenue soit compatible avec les transformations engendrant le pavage.

II - POINT DE DEPART A TENDANCE ARTISTIQUE.

1°) AVEC UNE REGLE DE JEU PREALABLE

a) Rosaces évolutives

b) Fils tendus

c) Tableau "Random art".

Coloriage d'un pavage d'un plan suivant un processus aléatoire.

2°) SANS REGLE DE JEU

a) Utilisation du matériel Altair-Design

Remarques : Autres inspirations :

- Etude de la musique de Yannis XENAKIS : une partition d'un des types de composition est formée d'une famille de lignes brisées (chaque ligne étant propre à un musicien et représentant la variation de la note "glissée" en fonction du temps).
- Peintures d'un réseau par utilisation de lois de probabilité ; exemple : rosace évolutive avec deux règles de voisinage dont l'emploi est lié à un tirage à pile ou face.
- Etude de tableaux ou monuments liés au nombre d'or (ex : N. POUSSIN, LE CORBUSIER).
- Pavage d'un rectangle à l'aide de rectangles plus petits dont les mesures des côtés sont deux nombres consécutifs de la suite de Fibonacci.
- Duplication du carré (cf. "Géométrie autour d'un carré" chez CEDIC).
- Spirale (logarithmique) à partir des rectangles formés à partir de la suite de Fibonacci.

B - BIBLIOGRAPHIE

* Point et Ligne

Le jeu et l'élément créateur.

Ernest Röttgner et Dieter Klante.

Editions Dessain et Tolra, 28 rue d'Assas - Paris.

* Module, proportion, symétrie, rythme

sous la direction de *Gyorgy Kepes.*

Editions La Connaissance, Bruxelles.

* La structure dans les arts et dans les sciences

Editions La Connaissance, Bruxelles.

* Musique architecture

Collection Mutations, Orientations. Casterman

* Le cube des couleurs

Alfred Hichethier.

Editions Dessain et Tolra.

* Tangram

Le vieux jeu de formes chinoises.

Le casse-tête du chêne.

* Mathématiques et Jeux d'enfants

N. PICARD.

Casterman.

* 6 thèmes pour 6 semaines

A. Myx.

CEDIC.

* Troisième séminaire international Galion. CEDIC.

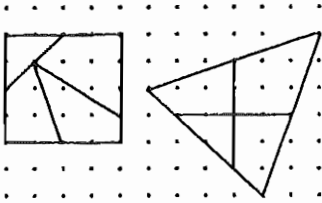
* Géométrie autour d'un carré

P. Gagnaire.

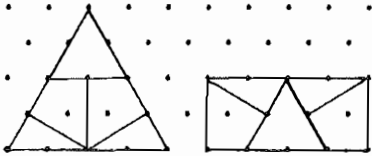
CEDIC.

C - PAPIER DECOUPE - TANGRAM

1°) DECOUPAGES



Une figure étant dessinée sur un réseau à points, rechercher différents découpages de cette figure en plusieurs pièces afin de pouvoir les rassembler pour former une autre figure de contour différent ou non. Dans ce dernier cas, les pièces ne doivent pas être ajustées de la même façon.

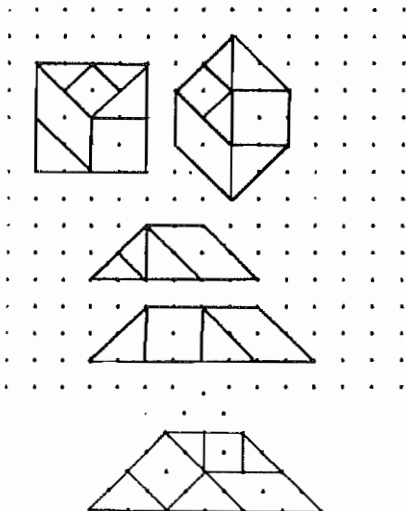


Les deux exemples ci-contre sont réalisés sur les deux types de réseaux : celui à maille carrée et celui à maille triangulaire.

Dans les deux cas, il y a "découpage" puis recombinaison ; le but de l'exercice étant de transformer un quadrilatère en triangle.

2°) EXAMEN D'UN TANGRAM

Nous analyserons en détail un Tangram dû à *Fletcher et Ibbotson* (Geometry with a Tangram ; HOLMES Ed.).



Ce Tangram est composé de sept pièces.

- Deux carrés : on remarque que la mesure du côté du plus grand est égale à la mesure de la diagonale du plus petit.
- Quatre triangles rectangles isocèles : deux à deux isométriques.
- Un parallélogramme.

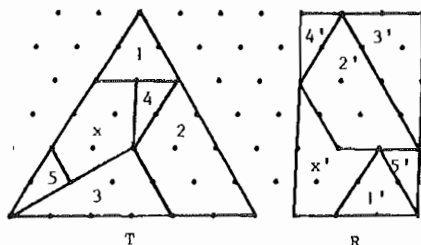
Après découpage des différentes pièces, l'enfant doit s'entraîner à réaliser d'autres assemblages avec toutes les pièces ou quelques unes d'entre elles.

Voici quelques exemples d'assemblages en TRAPEZES ISOCELES.

Les deux premiers ne comportent pas toutes les pièces.

L'annexe 1 donne quelques exemples de Tangrams parmi les plus connus.

3°) COMMENT REALISER UN TANGRAM



On peut bien sûr prendre une feuille de papier vierge et une paire de ciseaux...
Mais nous allons montrer que l'emploi de réseaux à maille carrée ou triangulaire est d'une aide appréciable.

1ère Etape : choisir deux domaines de même aire. Nous avons choisi ici un triangle équilatéral T et un rectangle R.

2ème Etape : * Dans T dessinons une première pièce ①. Il faut donc dessiner une pièce ① dans R.
On recommence avec une autre pièce de T (ou de R).
Ainsi les deux trapèzes ② et ②' sont dessinés.

* On continue de proche en proche... Ne pas oublier la gomme car la recherche peut demander beaucoup de tâtonnements si on désire un découpage en peu de pièces...

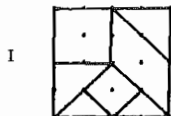
* Il reste (pour notre exemple) à établir un découpage de ⊗ et ⊗' pour achever le tangram...

Dans l'annexe, nous donnons quatre exemples de tangrams :

T₁, T₂ et T₄ sont des tangrams anciens.

T₃ a été analysé en ①.

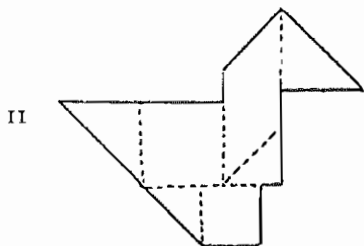
4°) TANGRAM ET SILHOUETTES



En dehors des assemblages au contour géométrique imposé, le but des Tangrams est de construire des assemblages rappelant des silhouettes d'animaux, d'hommes, d'objets familiers...

Voici un exemple :

a - On "met en pièces" le tangram I (Fletcher voir 2°)).



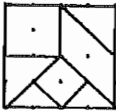
b - Un enfant réalise un assemblage tel que (II) en disposant selon son goût toutes les pièces du jeu.

III



c - Il transmet alors à un autre enfant un dessin tel que (III).
Sur ce dessin, les séparations entre les pièces ne sont plus indiquées.
De plus, dans une seconde étape, la silhouette peut être transmise à une échelle différente...

5°) CONSTRUCTION DE "DOMINOS" A L'AIDE DES PIÈCES D'UN TANGRAM

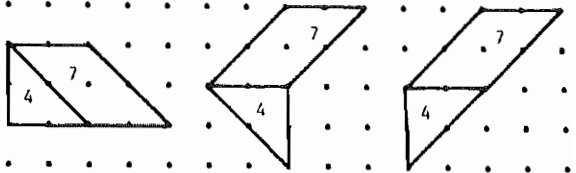


a) Etant donné les sept pièces du tangram ci-contre, nous pouvons chercher tous les assemblages réalisés avec deux d'entre elles.

Exemples : Avec 1 et 2

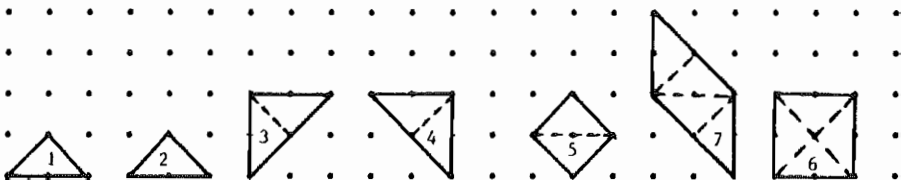


Avec 4 et 7

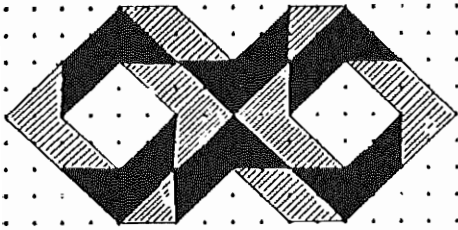


Remarque : 5 et 2 donne le même domino que 4 et 2.
De même 6,4 et le premier 4,7 ci-dessus.

b) Constatation : les sept pièces du Tangram peuvent être "engendrées" par une seule pièce (la pièce n° 1 ou la pièce n° 2).

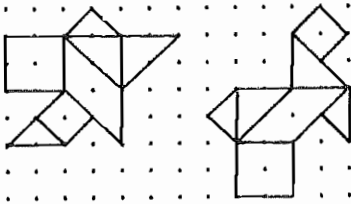


c) Réalisation de frises avec un "domino".



Exemple : un domino 4,7
et les pièces 4 et 7.

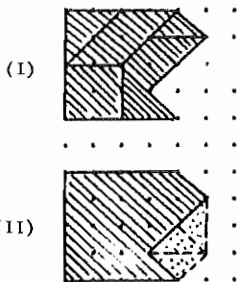
6°) PAVAGE DU PLAN A L'AIDE D'UNE REALISATION D'UN TANGRAM



Nous savons que le Tangram sous forme de carré pave le plan.
Il s'agit de trouver d'autres réalisations issues du Tangram qui pavent le plan.

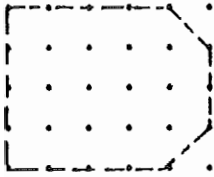
Exemple : les 2 réalisations ci-contre.
Voir annexe 2.

7°) A PROPOS DES FIGURES n - CONVEXES



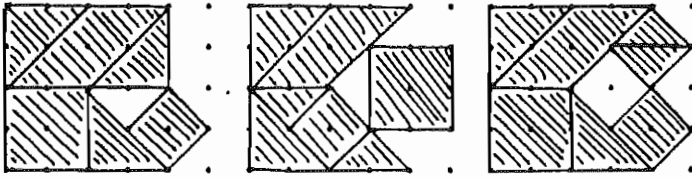
a) Prenons une réalisation de Tangram (Fig. I).
Cherchons le nombre minimum de pièces n° 1 qu'il faut ajouter à cette réalisation afin de rendre cette dernière convexe.

Nous trouvons trois pièces n° 1 (Fig.II).
Nous dirons que la réalisation (I) est 3-convexe.



b) Etant donné le "moule" ci-contre, nous cherchons maintenant toutes les réalisations 3-convexes qui "rentrent" dans le moule.

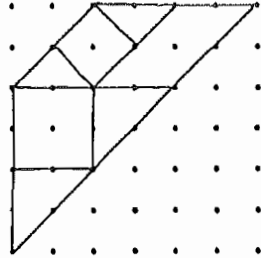
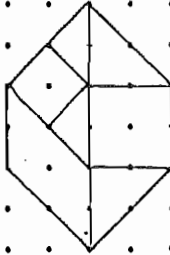
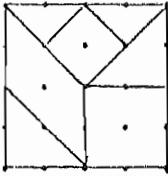
Quelques exemples ci-dessous :



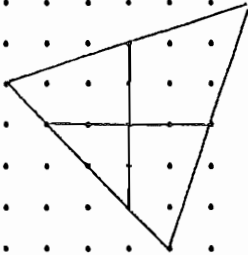
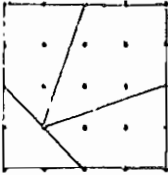
MYX . VINRICH.

ANNEXE 1

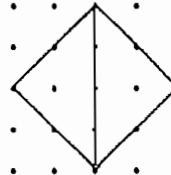
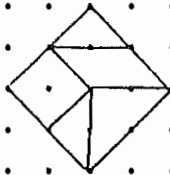
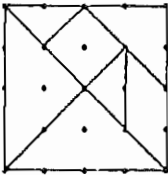
T1



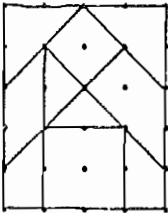
T2

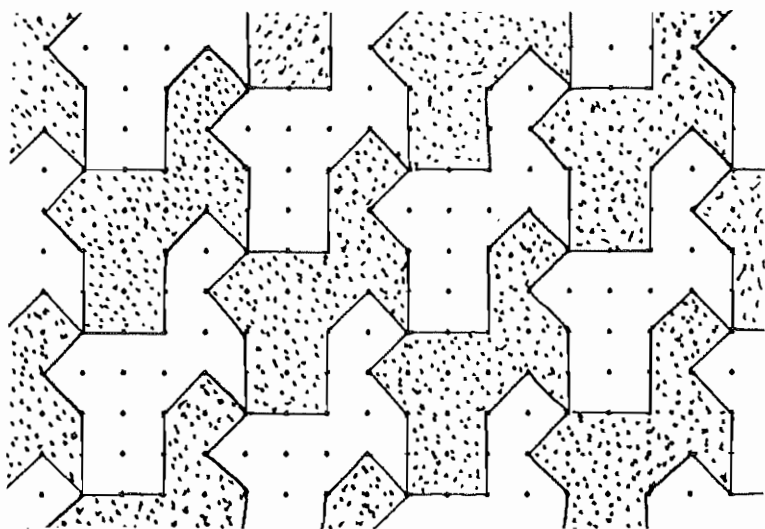
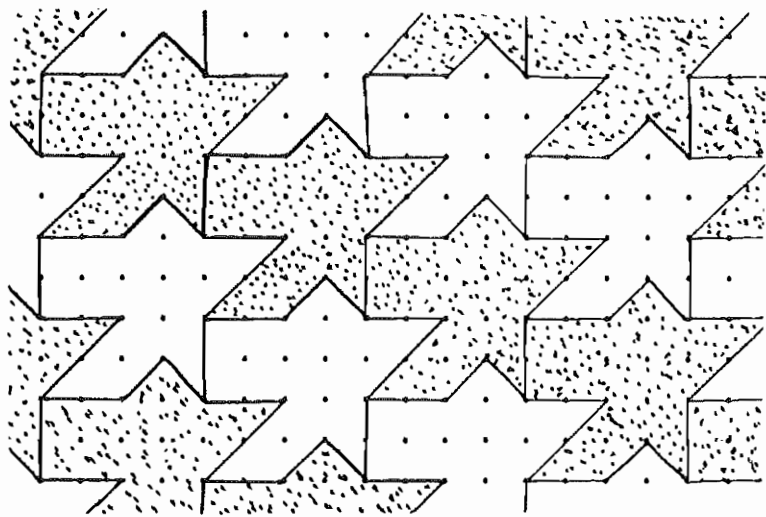


T3



T4

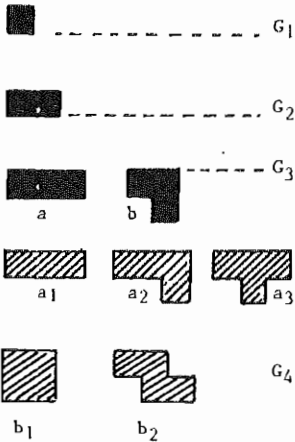




D - PUZZLES ET ROSACES (*)

I - PENTAMINOS

a) VERS LES PENTAMINOS



Ce sont des assemblages de cinq petits carreaux soudés les uns aux autres par une face au moins.

Pour les trouver tous, on peut procéder par "générations successives" : G_1, G_2, G_3, \dots etc...

Pour obtenir par exemple les tétraminos, nous pouvons adjoindre (1) un petit carreau élémentaire sur le contour de a et de b, et cela de toutes les façons possibles.

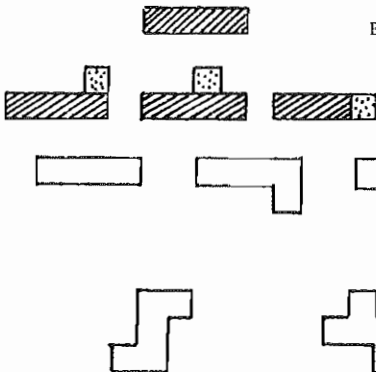
Il y a cinq tétraminos (génération G_4).

Ces cinq tétraminos recouvrent une aire de $5 \times 4 = 20$ unités (l'unité étant le carreau élémentaire).

Ranger ces cinq tétraminos les "uns contre les autres", à la manière d'un puzzle pour réaliser un contour de votre choix.

b) LES PENTAMINOS

Les pentaminos forment la génération suivante (G_5).



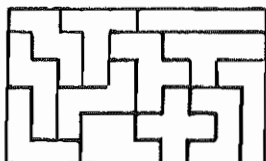
En tout, on peut construire DOUZE pentaminos.

(1) On ne compte qu'une fois les dispositions "symétriques".

(*) Article déjà paru dans "6 thèmes pour 6 semaines". A.MYX (CEDIC).

II - PAVAGE PAR LES PENTAMINOS

a) MISE EN BOITE



Ces douze pentaminos occupent une aire de $5 \times 12 = 60$ carreaux élémentaires.

Or $60 = 6 \times 10$ ou 5×12 ...

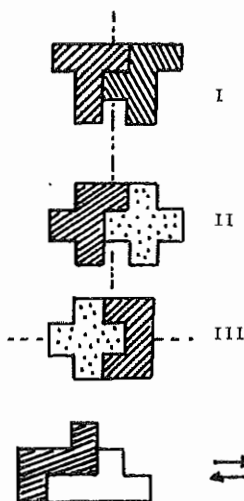
Un puzzle classique consiste à placer ces douze pentaminos dans une boîte de 6 par 10, ou de 5 par 12.

Nous donnons ci-contre une solution.(1)

Il est aussi possible de rechercher d'autres solutions :

- * pavage du rectangle 6×10 en imposant la position d'une ou plusieurs pièces...
- * pavage d'un carré 8×8 où l'on aura imposé 4 cases "noires" disposées de façon symétrique, tout comme pour les mots croisés...

b) UNE ETUDE LOCALE INTERESSANTE



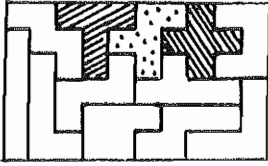
Certains groupements de 2 ou 3 pièces peuvent présenter des axes de symétrie, des centres de symétrie ou encore être invariants par rotation...etc...

C'est le cas des dispositions I et II.

Par contre, le groupement III possède un axe de symétrie, mais l'assemblage n'est pas "modifié" si l'on retourne celui-ci autour de cet axe.

Dans d'autres cas, c'est un groupement de deux pièces qui peut être échangé contre un autre groupement de deux pièces (voir IV) (isométrie).

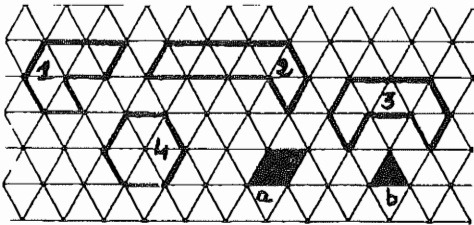
(1) En rectangle 6×10 , il existe 2339 solutions distinctes (catalogue complet publié en 1964 par le C.N.R.S.-Marseille ; ce travail a été réalisé sur ordinateur par M. GIRAUD et M. DURICIC).



Ainsi, une étude "locale" d'un puzzle déjà réalisé peut-elle permettre d'en imaginer des dizaines d'autres.

III - PUZZLE SUR RESEAU TRIANGULAIRE

a) COMMENT ENGENDRER LES PIECES DE CES PUZZLES



Sur un réseau à *maille triangulaire*, on peut construire des pièces de dimension et de forme variables.

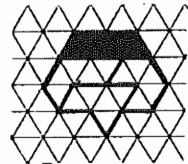
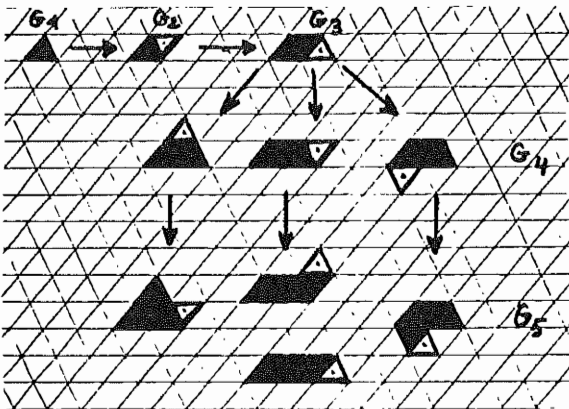
Certaines d'entre elles peuvent être considérées comme une juxtaposition de petits *losanges élémentaires* (type a).

Il en est ainsi des formes (1) (2) et (4).

D'autres sont issues de la juxtaposition de petits *triangles élémentaires* : forme (3) et bien sûr également (1) (2) et (4).

b) ETUDE DES POLYTRIANGLES

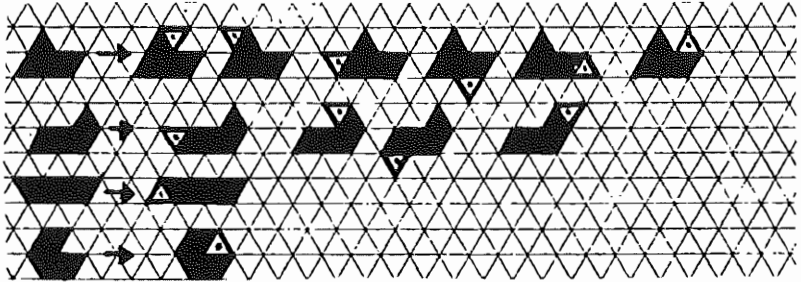
Déterminons tous les polytriangles d'un génération donnée (jusqu'à G_5).



* Nous obtenons 4 pièces pour G_5 . Il est facile de les ranger dans un domaine au contour symétrique. Nous donnons une possibilité...

c) DENOMBREMENT DES HEXATRIANGLES

Ainsi appellerons-nous les éléments de la génération G_6 .

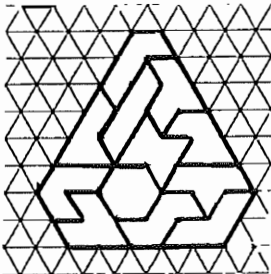


Il y a donc 12 *hexatriangles*, ce qui représente une aire totale de $12 \times 6 = 72$ triangles élémentaires.

Quelques idées pour poursuivre vos investigations :

- * Recherche d'assemblages superposables.
- * Recherche d'assemblages possédant des symétries.
- * Parmi ces 12 pièces, quelles sont celles qui peuvent être engendrées par des petits losanges ?

d) UN PUZZLE GROUPANT LES 12 PIÈCES

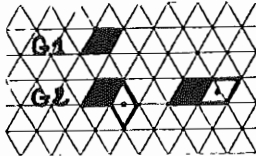


Voici une solution de rangement dans un grand triangle tronqué. (1).

(1) C'est le puzzle que l'on trouve généralement dans les magasins spécialisés.

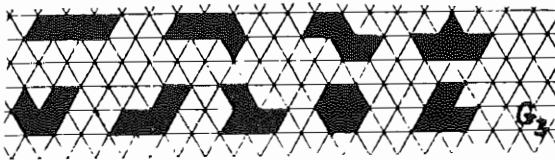
IV - MAILLE LOSANGEE

a) ETUDE DES TROIS PREMIERES GENERATIONS



Pour les deux premières générations, aucune difficulté !

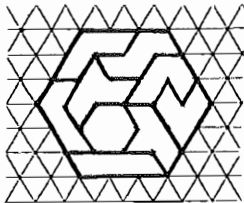
Voici les pièces de la troisième génération



On remarque que nous retrouvons ici 9
12 hexatriangles.

Ces 9 pièces occupent une aire de $9 \times 3 = 27$
petits losanges élémentaires (1).

b) UN PUZZLE GROUPANT CES 9 PIECES



Disposition en hexagone.

Voici une solution. En trouver d'autres.

Imaginer aussi d'autres contours...

(1) Chaque pièce est formée de trois petits losanges élémentaires qui ressemblent à des CALISSONS d'AIX, nous pourrions appeler ces pièces "TRICALISSONS"

V - TABLEAUX COLORIES

a) PRINCIPE DU COLORIAGE


A est un ensemble fini dans lequel nous allons définir une loi de composition notée $*$. Cette loi est connue par sa table de Pythagore.


Exemple :

$A = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ et $a * b$ est le reste de la division de $(a+b)$ par 5.

*	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Décidons de remplacer chaque nombre par une couleur (pour nous, ce sera un symbole en noir et blanc).

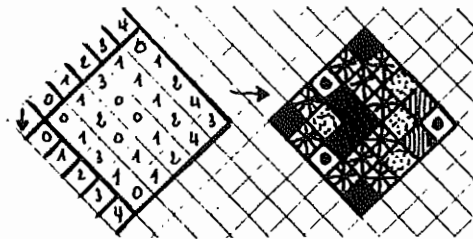
0 est remplacé par 

1 est remplacé par 

... etc...

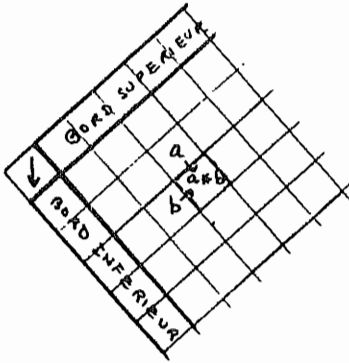
On obtient alors une représentation colorée de la table de Pythagore (1).

b) VOICI UN TABLEAU COLORIE



à partir de la loi *

(1) Voir N. Picard : *Mathématique et Jeux d'enfants "Castermann"*.



Ce tableau est réalisé de la façon suivante :

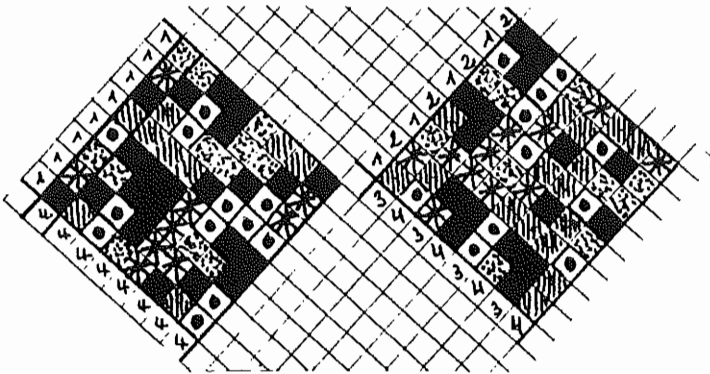
- On écrit sur les bords supérieur et inférieur des éléments de A
(dans l'ordre que l'on veut, avec ou sans répétition...etc...).

- De proche en proche, on "remplit" le tableau selon le procédé indiqué ci-contre.

Si a est sur la case supérieure et b sur la case adjacente située à droite... et ainsi de suite.

c) ENCORE DEUX EXEMPLES

Prenons la loi *
(addition modulo 5)



Le tableau coloré obtenu va donc dépendre de trois facteurs :

α - choix de la loi * (loi de groupe ou loi quelconque, commutative ou non...)

β - choix des "générateurs" du bord supérieur et du bord inférieur

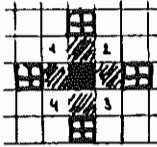
γ - de la légende choisie (couleur) pour coder chaque élément de A.

Tous les enfants possèdent des crayons feutre d'une grande variété de coloris..

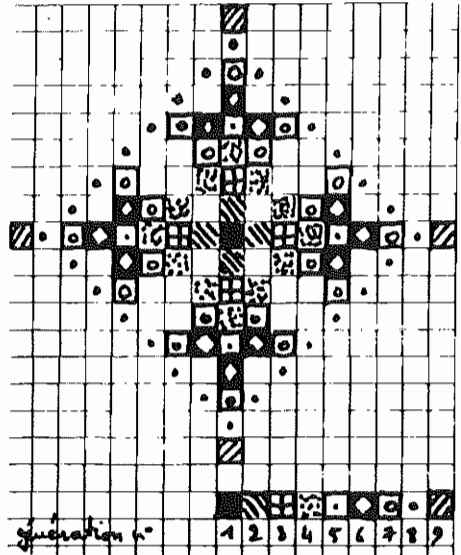
VI - ROSACE EVOLUTIVE (sur un réseau à maille carrée et à maille triangulaire).

a) On colorie un premier carreau au centre de la feuille (génération 1),

On colorie d'une autre couleur les carreaux adjacents par une face et une face seulement... et ainsi de suite. Attention ! un carreau d'une génération donnée ne doit pas être adjacent à deux carreaux de la génération précédente !

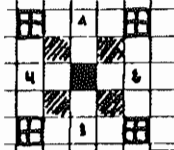


Ainsi à la troisième génération, on ne doit pas colorier les cases marquées 1, 2, 3 et 4.



b) Autre règle de coloriage :

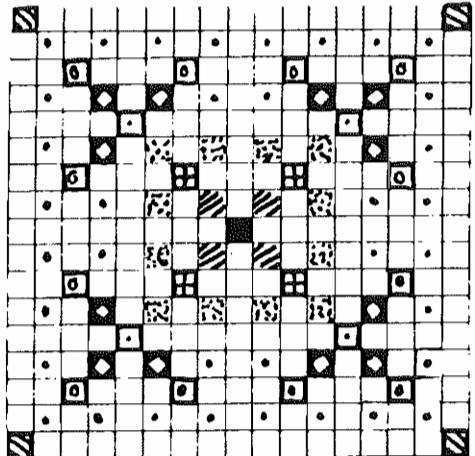
Après avoir colorié un premier carreau au centre du réseau, on marque d'une autre couleur les carreaux qui sont opposés par le sommet.



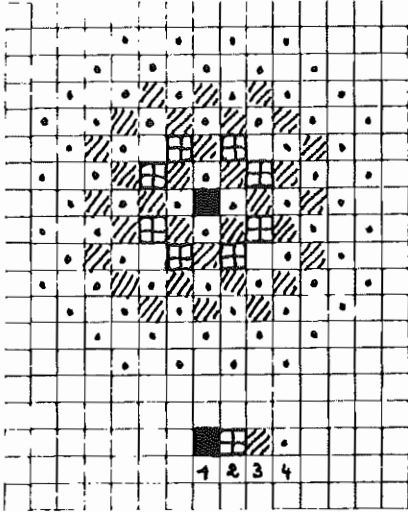
Encore une restriction à cette règle :

un carreau d'une génération donnée ne doit pas être opposé par le sommet à deux carreaux de la génération précédente.

Ainsi, à la troisième génération, on ne peut pas colorier les cases 1, 2, 3 et 4.



c)



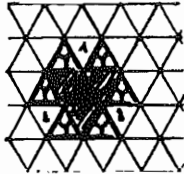
Dans les deux premières rosaces, on observe que la notion de "case voisine" rappelle :
pour la rosace 1 , la marche d'une tour d'un jeu d'échecs avançant d'une seule case ;
pour la rosace 2 , la marche d'un fou avançant d'une case également.

On peut donc réaliser une troisième frise en considérant la *marche du cavalier*.

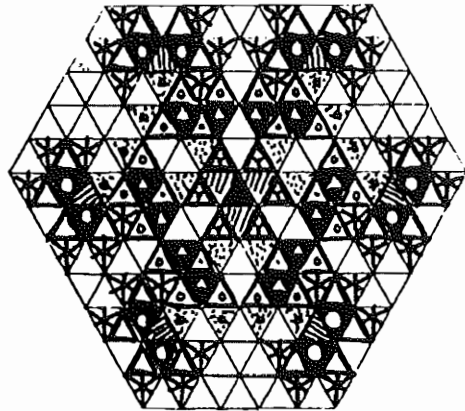
Dans le cas représenté ci-contre, nous n'avons imposé aucune autre contrainte (notamment en ce qui concerne les positions relatives de deux générations successives).

d) On colorie un premier triangle au centre de la feuille.

On colorie d'une autre couleur les triangles adjacents à un seul côté.



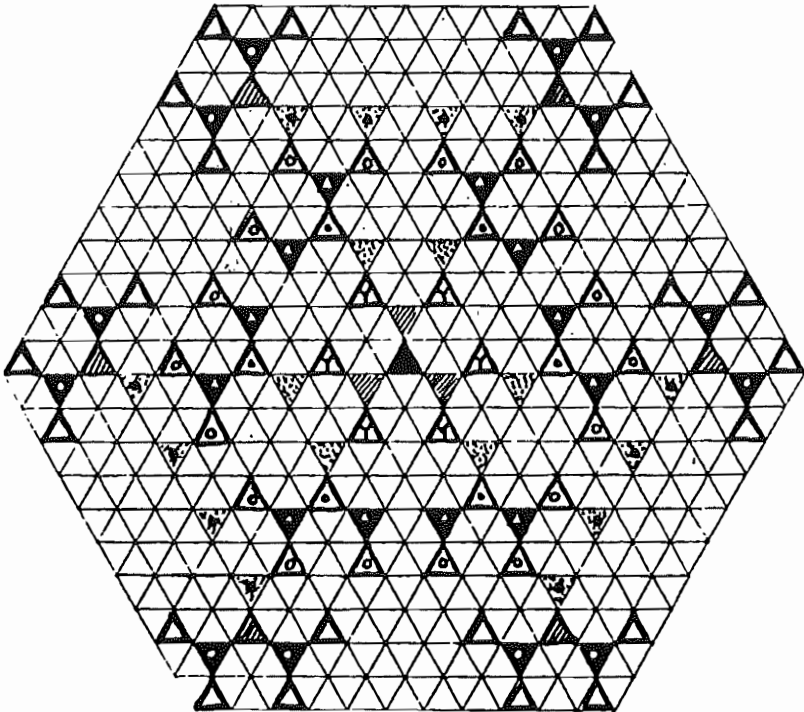
Ainsi, à la quatrième génération, les cases 1,2 et 3 ne seront pas colorées.



d) Mêmes éléments en coloriant les triangles opposés par un seul sommet.



(Même contrainte également).



E - ANALYSE DES NOTIONS MATHÉMATIQUES SOUS-JACENTES AUX DIVERSES ACTIVITÉS

Ce qui suit représente un ensemble d'activités ludiques motivantes pour l'enfant, et qui rapidement débouchent de façon plus ou moins explicite sur du mathématique.

Inspirés par l'exposition "Formes et couleurs" des I.R.E.M. de Lyon et de Grenoble, nous avons envisagé des activités à la fois artistiques et mathématiques, prenant leur départ dans l'un ou l'autre domaine :

- Rosaces évolutives
- Tableaux coloriés
- Pavages

et nous avons essayé de dégager les notions mathématiques sous-jacentes, sans nous occuper, à priori, du niveau.

1°) ROSACES ÉVOLUTIVES (voir page 16)

Notions mathématiques mises en jeu :

- Algorithmes dans le plan . Les enfants travaillent déjà sur des algorithmes "linéaires" (en vue de préparer à l'écriture, à la numérotation de position...). Ce type de dessin permet donc un travail plus "ouvert", qui peut certainement faciliter nombre d'apprentissages, et développer une vision (au sens du regard) plus globale.
- Relations de voisinage ou de contact : par le côté, par le sommet.
- Problème de la fermeture de la figure à certaines générations.
A certains stades, une génération forme une "couronne" enfermant entièrement les générations précédentes. Ceci est-il prévisible ?
A partir de combien de générations d'avance ? Les figures se ferment-elles dans tous les cas ?...
- Cheminements, labyrinthes, connexité.
- Dans les réseaux déformés, mise en évidence des invariants, tels que : voisinages, nombre de sommets, de côtés...
- Caractère évolutif : connaissance de la notion de temps, avec une représentation non nécessairement linéaire. Expression libre, prévision et imagination de la suite du dessin et de l'histoire. Découverte d'une structure.
- Mise en évidence de certaines propriétés géométriques : symétries, rotations.

2°) TABLEAUX COLORIES

obtenus par composition de couleurs, traduction d'une loi à partir de couleurs, construction de carrés latins, utilisation des entiers modulo n (exemple du triangle de Pascal).

Mise en évidence de structures, de générateurs, d'isomorphismes.

3°) PAVAGES

Prise de conscience de propriétés de figures géométriques, génération de figures (telle que le Tangram) et découverte de transformations géométriques.

Dans toutes ces activités, la démarche pédagogique pourra comporter deux étapes :

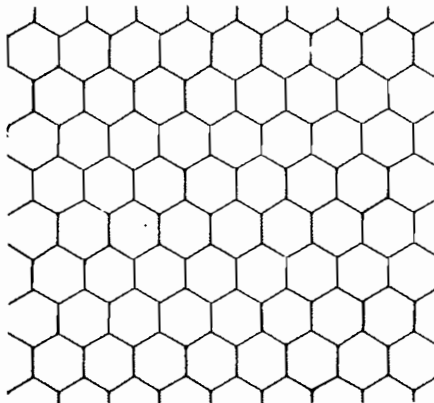
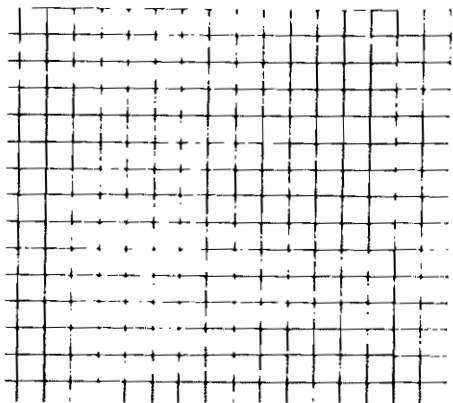
- Activités libres avec recherche d'une règle permettant la construction.
- Activités dirigées, à partir d'une règle imposée qui sera formulée, ou découverte par l'enfant sur un modèle.

Les recherches et expériences peuvent se faire dans différentes voies. Cette énumération ne recouvre qu'un domaine limité, conséquence du travail effectivement réalisé dans notre sous-groupe.

F- INTERET D'UTILISER DES SYSTEMES MATHÉMATIQUES POUR UNE CRÉATION ARTISTIQUE

Utilisation de réseaux

- simples (quadrillage, triangle, hexagone)
- plus complexes qui sont en général utilisés sans analyse.



I - CLASSIFICATION DES COULEURS

On peut travailler sur les trois couleurs primaires ou bien sur les couleurs du prisme.

A - UTILISATION SEULE DES TROIS COULEURS PRIMAIRES (bleu, rouge, jaune).

1. Par exemple :
- | | |
|-------------------------|---|
| 1ère génération : rouge | R |
| 2ème génération : bleu | B |
| 3ème génération : jaune | J |
| 4ème génération : rouge | |

On continue en répétant dans le même ordre.

2. Même rosace évolutive en prenant les trois couleurs obtenues par un mélange des primaires prises deux à deux.

Appréciation de l'esthétique.

B - REGLES DE COMBINAISONS DES COULEURS

1. Par exemple :
- | | | | | |
|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|
| rouge | + | bleu | = | violet |
| 1ère génération | | 2ème génération | | 3ème génération |
- et on répète ces trois couleurs.

2. Autre possibilité :

rouge	+	bleu	=	violet
1ère génération		2ème génération		3ème génération

bleu	+	jaune	=	vert
4ème génération		5ème génération		6ème génération

jaune	+	rouge	=	orangé
7ème génération		8ème génération		9ème génération

On peut s'arrêter là.

3. Catalogue des combinaisons chromatiques pouvant servir de base à des règles d'utilisation des couleurs.

- Contraste  notion d'esthétique

. couleurs complémentaires (opposées par les sommets)

- . couleurs vives ≠ rabattues au noir
- . couleurs vives ≠ saturées en blanc
- . couleurs saturées en blanc ≠ rabattues au noir

- Ressemblance (même famille)

- . Camaïeu - toutes les couleurs froides entre elles
- toutes les couleurs chaudes entre elles
- . toutes les couleurs rabattues au noir
- . toutes les couleurs saturées au blanc

Remarque : si la règle de génération est compliquée, on choisira une règle simple pour les couleurs. Par contre avec une règle complexe pour les couleurs, on utilisera un système génératif simple.

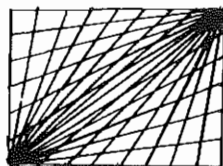
II - RESEAUX DIVERS (forme)

A - FABRICATION DE RESEAUX

1. Réseaux avec des droites, mailles irrégulières

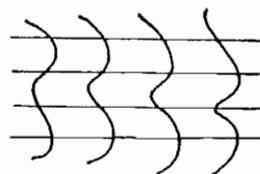
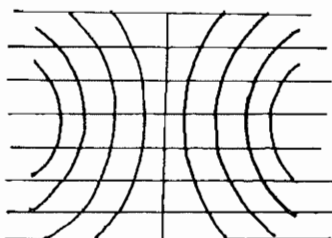


écartement en progression arithmétique ou géométrique.

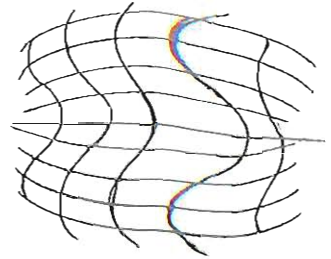


angle régulier ou écartement en progression.

2. Réseaux avec droites et courbes

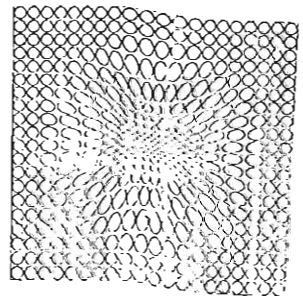
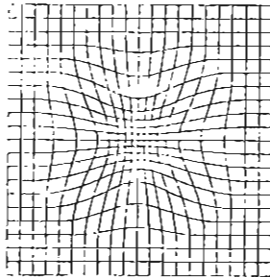
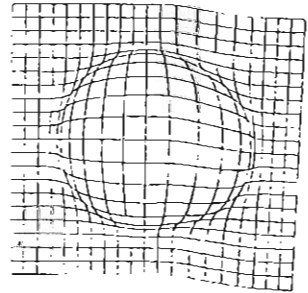
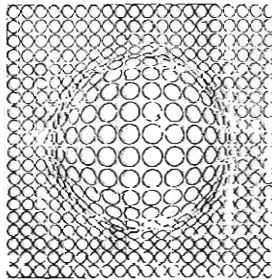


3. Réseaux avec des courbes



4. Réseaux "pseudo-irréguliers"

qui donneront des effets optiques.



On peut trouver bien d'autres réseaux.

Conclusion

Avec les mêmes systèmes que précédemment (règle de génération - règle d'utilisation des couleurs) l'utilisation de réseaux irréguliers donne des résultats esthétiques différents : équilibre entre une structure de dessin régulière et un fantaisie des formes → esthétique.

G - MUSIQUE, MATHÉMATIQUE ET DESSIN

Je me contenterai dans un premier temps, de relater une expérience vécue. On pourra trouver succinctes les explications mais mon intention est plus de proposer un point de départ, à partir duquel chacun exercera son imagination, que de présenter un exposé complet.

Je donnerai ensuite quelques directions possibles, mais la liste n'est pas limitative.

I - L'EXPERIENCE

Dans une classe de FP2, en présence du D.E.N., d'un psychorééducateur et du P.E.N. de Mathématique.

La séance débute par l'audition de l'oeuvre "Metastasis" de XENAKIS, sans autre indication que le nom de l'auteur et le titre de l'oeuvre. Les élèves ont à leur disposition des feuilles, blanches ou à réseaux.

L'audition achevée, les impressions sont assez vagues.

- allusions à la musique de film de science-fiction
- difficulté, voire impossibilité d'isoler les sons
- la présence de nombreux instruments à cordes est relevée
- les termes "courbes" et "effet de masse" sont prononcés
- sur 13 élèves, seuls 4 ont éprouvé le besoin de dessiner. Leurs graphismes font apparaître souvent les mêmes motifs :



(Un élève a dessiné une araignée)

L'aspect artificiel de l'expérience est soulevé : il semble difficile de recevoir la musique l'esprit libre de toute autre préoccupation.

Une deuxième audition est acceptée. Il s'agit de "Pithoprakta", oeuvre du même auteur. Chaque élève laissera courrir le crayon, au son de la musique.

Les impressions sont plus précises :

- nette opposition entre continuité et discontinuité ressentie par l'ensemble.
- superposition "vague/pluie" éprouvée par certains
- graphismes :



Peu à peu, le besoin d'explications se fait sentir.

Quelques considérations sur l'auteur (ingénieur, architecte et musicien) et ses conceptions musicales (volonté d'élargir le champ d'investigations de la musique, introduction du calcul des probabilités, utilisation de structures mathématiques complexes) sont échangées à partir de documents polycopiés fournis aux participants.

Puis l'on entre dans le détail. Une phrase est à l'origine :

"En musique, la droite la plus sensible est celle de la variation constante et continue des hauteurs, le glissando. Construire des surfaces (ou volumes) sonores à base de glissandi, voilà une recherche passionnante et riche de promesses. Inflexions des surfaces courbes, amplifications, réductions, torsions, etc.."

(Extrait de la parabole de l'espace-"Musique Architecturée".
XENAKIS).

Deux questions se posent immédiatement :

- qu'est-ce qu'un glissando ?
- que sont ces constructions à base de glissandi ?

La musique classique nous a habitués à certains sons ponctuels définis entre autres par la durée, la hauteur, l'intensité.

Exemple :

hauteur



pp

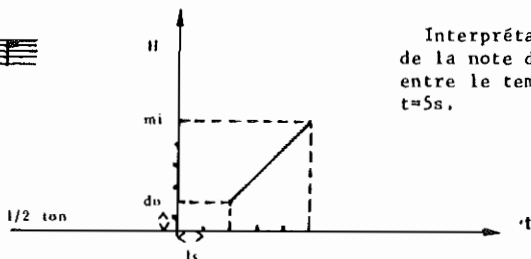
intensité

la durée est définie par la valeur de la note (ici une noire), et peut être transcrite en secondes.

Outre ces sons ponctuels, il existe une catégorie de sons appelés "sons glissés" ou "glissandi". Il est facile de s'en faire une idée concrète en laissant glisser le doigt sur la corde d'une guitare ou mieux d'un violon. On se rend compte alors qu'il est possible de passer d'une note de la gamme à une autre sans interruption, en n'escamotant aucun son.

Une représentation géométrique semble alors naturelle : il suffit d'une ligne tracée sur un repère plan, l'un des axes portant les durées (gradués en secondes), l'autre portant les hauteurs (gradués en demi-tons tempérés). Si on se borne au glissé le plus simple, le glissé uniformément continu, la représentation est une droite ascendante, descendante ou horizontale.

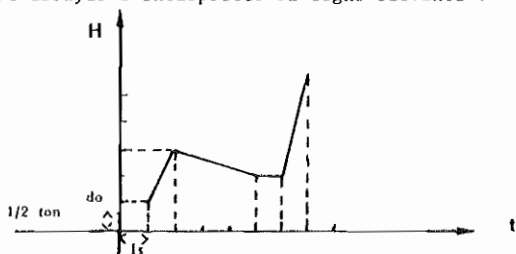
Exemple :



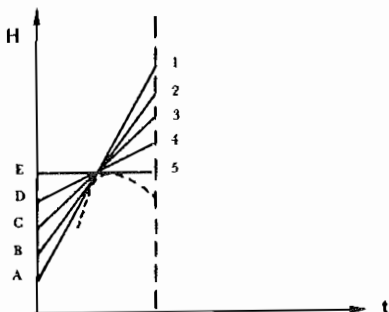
Interprétation : glisser de la note do à la note mi entre le temps $t=2s$ et le temps $t=5s$.

Ecriture suivant ce code, la partition d'un instrumentiste aura la forme d'une ligne brisée.

On peut essayer d'interpréter la ligne suivante :

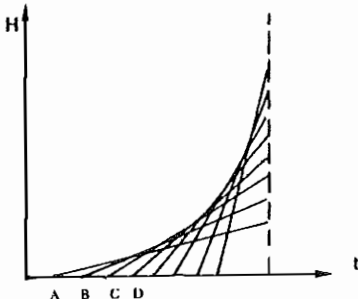


Voyons maintenant comment mettre en évidence la construction d'une courbe. Imaginons plusieurs instrumentistes ayant chacun à effectuer un glissando différent.

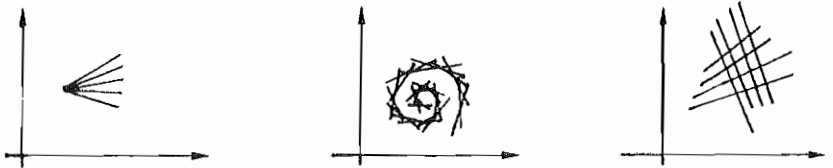


Au même instant, l'instrumentiste A effectue le glissé	1
"	B " " " 2
"	C " " " 3
...	etc..

Il est facile d'imaginer la courbe ainsi construite par ses tangentes. Dans ce deuxième exemple, les instrumentistes partent l'un après l'autre, à peu d'intervalle.



On conçoit très vite la diversité des courbes qu'il est possible d'obtenir, et l'on essaye d'interpréter certains graphismes tout en imaginant l'effet musical produit.



A titre documentaire, je signale que dans le premier morceau écouté, il y a ainsi plus de 60 instrumentistes avec autant de parties distinctes.

Ces explications suffisent à chacun pour voir le lien entre les graphismes réalisés en cours d'audition, les impressions ressenties et la composition musicale.

Il semble également intéressant de poursuivre cette séance par une exploitation graphique, chacun donnant libre cours à son imagination pour l'obtention de courbes, aussi variées que possible.

II - EXPLOITATIONS POSSIBLES

A - REALISATIONS GRAPHIQUES à partir du procédé de construction de courbes par leurs tangentes.

(On peut se donner pour commencer 2 segments, consécutifs ou non, puis 3,4...



Généraliser, appliquer à des lignes brisées, à des polygones réguliers, au cercle... (Je ne m'étends pas sur ce sujet traité maintes fois. On peut se reporter par exemple à "Points de départ" - Modèles sur les polygones).

B - REALISATIONS toujours sur le même procédé, de structures en trois dimensions.

Lien avec l'architecture (Ex : Pavillon Philips réalisé en collaboration par XENAKIS et LE CORBUSIER).

C - ETUDE DES GRAPHERS, chaîne eulérienne... (Après avoir vu un motif fait de fils entrecroisés, un élève m'a demandé si il était possible de réaliser ce même motif avec un seul fil, sans le couper. Ce fut le point de départ d'une étude sur les graphes).

- D - LES OEUVRES auditionnées au cours de la séance auraient permis d'aborder aussi bien les progressions géométriques, le calcul des probabilités, ...
etc...

III - BIBLIOGRAPHIE

- * "Musique Architecture"
par XENAKIS.
(Collection Mutations Orientations, Casterman).
- * "Modulor 2"
par LE CORBUSIER.
(Collection Ascoral).

DISCOGRAPHIE

- * "Metastasis" par XENAKIS.
- * "Pithoprakta"

Michel RACOIS.
Ecole Normale de MENDE.

RAPPORT DU GROUPE H

MESURE ET MESURAGES.

Est-il nécessaire de faire entrer les opérations de mesurages faites à l'Ecole Elémentaire dans le cadre de la théorie de la mesure ?

Qu'entend-t-on par mesure en mathématiques ?

DEFINITION 1.

- On appelle espace mesurable un couple (E, T) où E est un ensemble et T un sous-ensemble de $\mathcal{P}(E)$, vérifiant les conditions :

- (1) $E \in T$
- (2) Pour tout $A \in T$, pour tout $B \in T$ $A \cap B \in T$
- (3) Si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une famille dénombrable d'éléments de T , $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in T$.

- On appelle mesure sur l'espace mesurable (E, T) toute application μ de T dans \mathbb{R}^+ telle que :

- (4) $\mu(\emptyset) = 0$
- (5) si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une famille dénombrable d'éléments de T disjoints deux à deux

$$\mu \left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \mu(A_n).$$

Il n'est pas question de parler de réunions dénombrables d'ensembles à l'Ecole Elémentaire.

On pourrait penser prendre une définition simplifiée des espaces mesurables et de la mesure sur ces espaces de manière à ne faire intervenir que des opérations finies sur les ensembles.

DEFINITION 2.

- On appellera espace mesurable un couple (E, \mathcal{T}) où E est un ensemble, \mathcal{T} un sous-ensemble de $\mathcal{P}(E)$ vérifiant les conditions :

(1') $E \in \mathcal{T}$

(2') Pour tout $A \in \mathcal{T}$, pour tout $B \in \mathcal{T} \wedge \bigcap_{B \in \mathcal{T}}$

(3') Pour tout $A \in \mathcal{T}$, pour tout $B \in \mathcal{T} \cup B \in \mathcal{T}$.

- On appellera mesure sur l'espace mesurable (E, \mathcal{T}) toute application μ de \mathcal{T} dans \mathbb{R}^+ telle que :

(5') si A et B sont deux parties disjointes de \mathcal{T}
alors :

$$\mu (A \cup B) = \mu (A) + \mu (B).$$

Dans le cadre de la théorie de la mesure, il semble important de mettre en évidence la formule (5') au cours des opérations de mesurage.

A l'issue d'un débat laborieux et passionné, le groupe a retenu trois types d'activités liées à la notion de mesure.

1. Une comparaison d'objets physiques avec ou sans mesurage.
Cette comparaison débouche sur un pré-ordre et sur la notion de grandeur ; cette notion que nous ne savons pas définir est associée au critère de comparaison permettant le rangement des objets.
2. Le mesurage d'objets bien particuliers en mesures entières (ce qui se rapproche le plus du modèle mathématique).
Des expériences montreront l'adéquation du modèle avec la situation envisagée.
Exemples : quadrillages, jeux de cubes, règlettes, masse d'un tas de clous...
Pour les surfaces, par exemple, dans le cas général, on n'a aucune vérification possible.
3. Activité qui consiste à essayer de mesurer des objets qui ne rentrent pas dans la catégorie du 2. et qui conduit à des encadrements.
Il s'agit ici de mesurages. Cette activité correspondant à la "mesure" du technicien.

A l'Ecole Élémentaire, on réalise des "classes" sur un petit nombre d'objets bien choisis ; en réalité il ne s'agit pas d'un classement mathématique.

Contre-exemple : les cales d'épaisseur en mécanique (transitivité non vérifiée).

Dire que deux objets appartiennent à la même classe signifie qu'on n'a pas pu les distinguer suivant le critère de comparaison considéré.

RAPPORT DU GROUPE I.

GEOMETRIE SUR PAPIER QUADRILLE.

Dans ce qui suit, le terme quadrillage désigne un réseau à mailles carrées.

Des activités sur quadrillage ont été classées, selon des objectifs pédagogiques et mathématiques.

Deux grandes directions se sont dégagées :

- Education de l'expérience spatiale
- Relations entre l'Algèbre et la Géométrie.

A EDUCATION DE L'EXPERIENCE SPATIALE

Géométrie sur un quadrillage, sans repérage.

OBJECTIF I : Affiner la perception de figures complexes planes.

I - A FIGURES REALISEES PAR ASSEMBLAGE DE MAILLES CARREES.

- 1°) Dénombrement du nombre de carrés, de rectangles, pouvant intervenir dans une partition d'une figure tracée sur un quadrillage.
- 2°) Dénombrement du nombre de mailles coupées par la diagonale d'un rectangle.
- 3°) Réalisation, et dénombrement du nombre de briques nécessaires pour construire un mur sans trous. qui ne s'écroule pas - avec briques 1×1 - avec briques 1×2 .
- 4°) Réalisation, et dénombrement du nombre de briques nécessaires à la construction d'un mur qui résiste aux tremblements de terre, avec des briques 1×2 (idée de Engel) Fibonacci.
- 5°) Recherche des différents triminos, tétramino, pentamino (groupe G).
- 6°) Puzzles avec dominos, triminos.
Recherche de solutions de partition d'un rectangle avec une espèce donnée de polyminos (groupe G).
Dominos et pavage d'un rectangle 3×20 .

I - B CHEMINEMENTS SUR UN QUADRILLAGE.

- 1°) Jeu de la course automobile (Pentamino 1).
- 2°) Jeu des gangsters et des policiers (Bulletin APM. Journées de Dijon).
- 3°) Dénombrement des "chemins" d'un noeud à un autre (triangle de Pascal).
- 4°) Cheminements sur un carré de côté n par transformation, modulo n , d'une règle de déplacement sur un quadrillage.
- 5°) Reprise de 3) modulo n .

I - C RESEAUX A NOEUDS

- 1°) Alignements
Points cachés par un autre quand on se place sur un noeud donné.
- 2°) Dénombrements de noeuds intérieurs à une figure dessinée sur un quadrillage.
Formule de Pick (Points de départ).
- 3°) Etude de la convexité des polygones réalisés sur un plaque à clous, une ficelle dessinant la frontière (Wheeler - Mathématique dans l'enseignement élémentaire).

OBJECTIF II : Représentations planes de figures de l'espace.

- 1°) Réalisation d'une partie de "morpion" dans l'espace sur une plaque à trous.
- 2°) Représentation de polycubes par des conventions de codage sur leur projection sur un quadrillage.
- 3°) Patrons de cubes (assemblage d'un seul tenant de mailles carrées).
On donne un cube dont les faces sont coloriées avec 6 couleurs.
Recherche de coloriage sur pentaminos. Quand il y a au moins une solution, recherche de la position de la 6ème face.
- 4°) Patrons de briques (assemblage d'un seul tenant de mailles carrées).

REMARQUE :

Beaucoup des problèmes précédents sont généralisables à d'autres réseaux (oblique, triangulaire, hexagonal,...).

Les problèmes mathématiques sous-jacents sont soit du même type, soit de types différents.

Il serait intéressant de se poser cette question pour chacun des paragraphes précédents.

B RELATION ENTRE ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

Les activités sur un quadrillage ont essentiellement 2 objectifs :

- visualiser des problèmes qui se présentent sous forme de relations entre les nombres, de se servir de cette forme d'expression pour avancer dans la résolution des problèmes.
Pour cela on est amené à coder les noeuds du quadrillage par des couples de nombres.
- exprimer sous forme algébrique certaines transformations géométriques.

Sur le plan pédagogique les constructions graphiques offrent, d'une part une motivation pour calculer (les calculs en série et les constructions points par points passionnent les enfants d'âge primaire et répondent à une demande de leur part alors que les élèves d'âge secondaire s'y refusent en général), d'autre part un moyen de contrôle des calculs et des raisonnements.

Elle offre en outre des situations "ouvertes" : introduction des nombres entiers relatifs, des décimaux, des rationnels, des réels ainsi que des opérations sur ces ensembles de nombres.

Le travail sur un seul type de quadrillage en facilite l'usage.

Exemple de situations :

1. Traduction graphique d'un problème et résolution

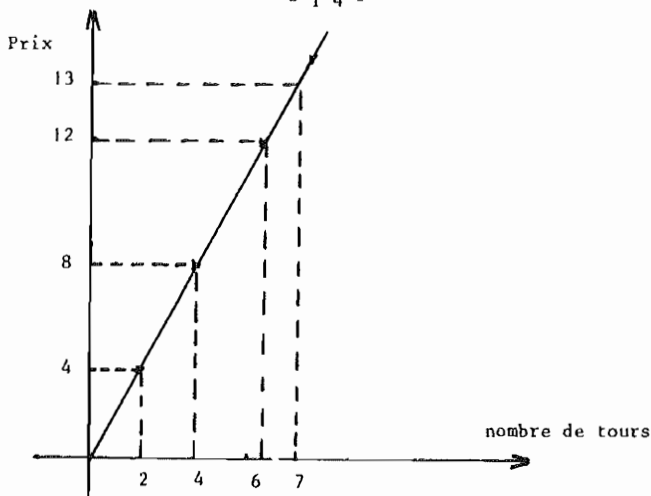
Énoncé : un tour de manège coûte 2 francs.

- a) Combien coûtent 2 tours, 4 tours, 6 tours, 7 tours, x tours ?
- b) Représenter graphiquement la situation. Établir une relation numérique entre le nombre x de tours et le prix y de x tours.
- c) Combien de tours de manège peut-on faire avec 10 francs, 12 F., 14 F., 15 F., 17 F. ?

Le b) apportera une représentation du problème autre que celle par tableaux ou listes.

Ce problème peut être abordé avant l'étude de la division, la question c) pouvant être résolue par simple lecture graphique.

(graphique page suivante)

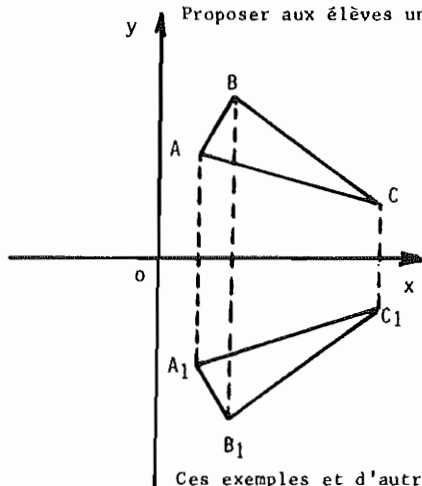


Remarque : Il s'agit là d'un exemple de fonction se représentant par une droite (ici une fonction linéaire).

L'expérience montre que l'on peut aussi envisager des fonctions non linéaires : exemple un carré de côté x a pour aire $x \times x$.

2. Expression algébrique de la symétrie par rapport à une droite

Proposer aux élèves un dessin tel que :

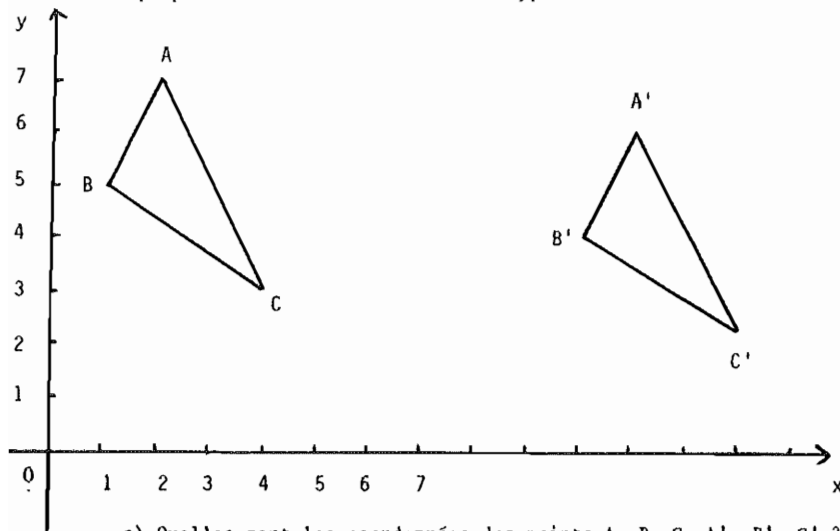


- Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à Ox (pliage ou comptage).
- Trouver les coordonnées des points A, B, C ainsi que celles de leurs symétriques (cette question peut servir à l'introduction des nombres négatifs).
- Mêmes questions pour d'autres figures, d'autres points. Essayer de dégager une règle concernant les coordonnées de 2 points symétriques par rapport à Ox .
- Contrôler la règle, à l'aide du dessin, en proposant de nouveaux couples de points.
exemple : (3,4) a pour symétrique (3, -4).
Placer les points de coordonnées (3,4) et (3,-4).
Vérifier .

Ces exemples et d'autres situations fonctionnelles ont été proposés dans des C.E.1 - C.E.2 Cf. Algèbre et Géométrie à l'Ecole Élémentaire - R. DOUADY IREM PARIS.

3. Déplacements

On propose aux enfants un dessin du type ci-dessous :



- Quelles sont les coordonnées des points A, B, C, A', B', C' ?
- Que remarquez-vous ?
- Essayer de dégager une règle permettant de trouver les coordonnées de A' connaissant celles de A,
les coordonnées de B' connaissant celles de B
" " de C' " " de C.
- Etant donné un point M de coordonnées (x,y) quel est le point M' qui lui correspond par la règle ci-dessus ?
- Joindre A à M, A' à M'? Remarque.

ANNEXE AU DOCUMENT DU GROUPE I "Géométrie sur quadrillage".

ALIGNEMENTS SUR UN RESEAU POINTE

N.B. L'activité est suggérée dans "Points de départs" (pp. 121 et 236).

Cette activité peut se pratiquer, par exemples :

- sur une plaque à trous, en enfonçant des pions de deux couleurs,
- sur un réseau pointé, en marquant les points de deux façons distinctes,
- sur du papier quadrillé...

On se pose le problème de rechercher où se trouvent les points "visibles" à partir d'un point donné du réseau (appelons "l'oeil" ce dernier). Un point quelconque du réseau sera "visible" si aucun autre point ne s'interpose entre lui et "l'oeil".

On convient donc de repérer différemment les points "visibles" et les points "invisibles".

Par exemple, sur le réseau ci-contre, les points "visibles" sont marqués d'un "O", et les points invisibles d'un "X", l'"oeil" étant repéré par "0".

```

X O X O X O X O X O
O O X O O X O O X O
X O X O X O X O X O
O O O O O O O O O O

```

Peu à peu, des symétries apparaissent, puis des lois de répartition sur les horizontales et verticales du réseau, sur d'autres droites...

```

X O 0 O X X X X X X
O O O O O O O O O O
X O X O X O X O X O

```

La détermination de la nature de points "lointains" de "l'oeil" devient difficile par simple tracé ou observation. Une "réflexion arithmétique" sur leurs positions relatives permet de conclure quant à la "visibilité" ou "l'invisibilité"...

En raison de la symétrie de la situation, on peut restreindre l'étude à un quart de plan. Il est possible de coder tout point du réseau par ses "coordonnées", (nombre de colonnes, nombre de lignes) le séparant de l'"oeil" (ou "origine"). Ce codage permet de préciser les remarques antérieures et ouvre aussi d'autres voies d'étude : divisibilité, PGCD, fractions,... indicatrice d'EULER...

Remarque : Cette situation est à rapprocher d'une autre, également proposée et décrite dans "Points de départs" (pp. 20 à 30).

Il s'agit de savoir combien de carreaux sont traversés par la diagonale d'un rectangle quadrillé de dimension (n x p)...



J.P. ECOFFARD

E.N.G. St LO.

